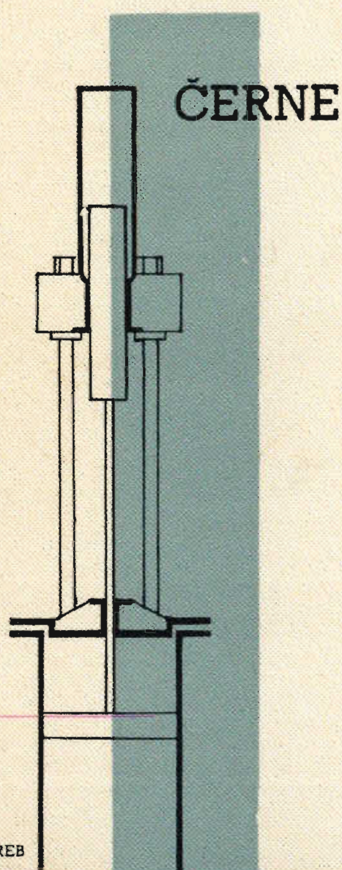
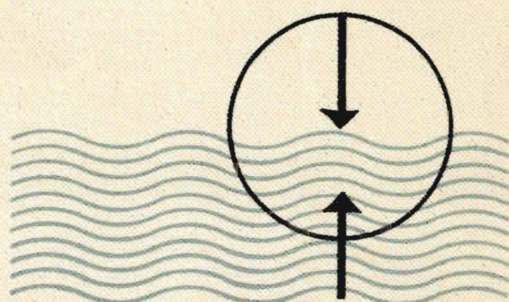
21,-

TEHNIČKE ŠKOLE



ČERNE





ŠKOLSKA KNJIGA ZAGREB

HIDRAULIKA

INŽ. BORIS ČERNE

HIDRAULIKA

UDŽBENIK ZA TEHNIČKE ŠKOLE

VI, NEIZMIJENJENO IZDANJE



ŠKOLSKA KNJIGA
ZAGREB 1971

STRUČNI UREDNIK
EDO HERCIGONJA

STRUČNI RECENZENT
sveuč. prof. inž. DRAGUTIN HORVAT

OMOT OPREMIO
akad. slikar ĐURO SEDER

Odobrio Savjet za prosvjetu NRH
rješenjem broj 1909/1 od 30. VI 1958.

TISAK: ŠTAMPARSKI ZAVOD »OGNJEN PRICA« ZAGREB, SAVSKA 31

SADRŽAJ

I. UVOD

II. HIDROSTATIKA

III. HIDRODINAMIKA

IV. HIDRAULIČKA MJERENJA

I. UVOD

1. PODJELA I ZNAČENJE HIDRAULIKE

Mehanika tekućina zove se hidromehanika[1] i dijeli se na hidrostatiku,[2] nauku o ravnoteži tekućina, i hidrodinamiku,[3] nauku o gibanju tekućina. Nauka o ravnoteži i gibanju tekućina, tj. hidrostatika i hidrodinamika primijenjena na različite grane tehnike zove se tehnička hidromehanika, ili hidraulika.[4]

Hidraulika se bavi rješavanjem praktičkih zadataka iz ravnoteže i gibanja tekućina. Značenje hidraulike u tehnici, a naročito u strojarstvu vrlo je veliko. Pomoću zakona hidraulike rješavaju se zadaci o iskorištenju vodne energije; oni su osnova za projektiranje vodnih turbina, najrazličitijih sisaljki i pumpa te ostalih hidrauličkih strojeva, kao što su hidrauličke preše, upravljanje strojevima hidrauličkim putem i sl. Hidraulika služi, osim toga, za rješavanje zadataka iz područja opskrbe vodom, navodnjavanja, odvodnjavanja i vodnog prometa.

2. SVOJSTVA TEKUĆINA

Kod svake tekućine postoji kohezija. To je molekularna sila koja djeluje među česticama (molekulama) iste tekućine, i ona je tolika da drži tekućinu na okupu. Pokusima je utvrđeno da svaka čestica vode prianja uz drugu silom od 0,0036 kp/cm². Dakle je potrebna sila od 3,6 ponda da bi se raskinuo vodeni stupac presjeka 1 cm².

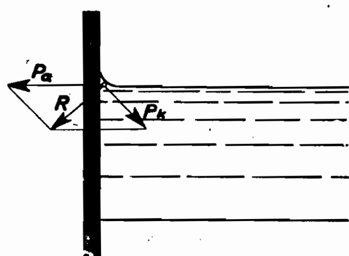
Zbog kohezije u tekućini nastaje, kod međusobnog pomicanja molekula, sila koja ima smjer protivan smjeru pomicanja, a zove se *unutrašnje trenje* u tekućini ili *žilavost ili viskoznost*[5] *tekućine*. Viskoznost ovisi znatno o vrsti tekućine. Unutrašnje trenje pojavljuje se samo pri strujanju tekućine, dok ga kod tekućine koja miruje nema.

---

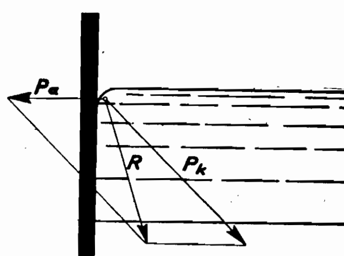
[1] Hidromehanika — mehanika tekućina od grč. *hydor* = voda i *mehane* = stroj.
[2] Hidrostatika od grč. *hydor* = voda i lat. *stare* = stajati.
[3] Hidrodinamika od grč. *hydor* = voda i grč. *dynamis* = sila.
[4] Hidraulika od grč. *hydor* = voda i grč. *eulos* = cijev.
[5] Lat. *viscum* = lijepak.

Kod tekućina su kohezija i unutrašnje trenje maleni, pa stoga tekućine nemaju, osim kao kapljice, samostalan oblik, nego poprimaju oblik posude u kojoj se nalaze, a slobodna je površina mirne tekućine, zbog djelovanja sile teže, horizontalna.

Na one molekule tekućine koje se nalaze u blizini stijenke posude djeluje, osim kohezije, i adhezija, tj. molekularna sila između molekula stijenke i tekućine. Prema prirodi tekućine i stijenke posude može omjer tih molekularnih sila biti različit. Ako je adhezija veća od kohezije, tekućina kvasi stijenku posude, npr. voda i alkohol kvase staklo. U tom slučaju površina se tekućine u blizini stijenke diže uz stijenku (sl. 1; na slici je sa P_k označena kohezija, sa P_a adhezija, sa R rezultanta obiju sila). Kod nekih tekućina adhezija je toliko velika da se tekućina diže uvis po stijenki, npr. petrolej. Kod tekućina koje ne kvase stijenku (živa i staklo, voda i masno staklo), a to se dešava kad je kohezija veća od adhezije, površina se tekućine u blizini stijenke spušta niz stijenku (sl. 2).



Sl. 1.



Sl. 2.

Karakteristična je za tekućine pojava *kapilarnosti*. Razina vode, alkohola i tekućina koje kvase staklene stijenke diže se u uskim staklenim cijevima, koje zovemo vlasastim ili kapilarnim cijevima (sl. 3). Kod žive i tekućina koje ne kvase stijenke, razina se u uskoj cijevi spušta, i ona je niža nego u širokoj posudi (sl. 4). Visina dizanja, odnosno spuštanja razine obrnuto je proporcionalna promjeru cijevi, a različita je kod raznih tekućina.

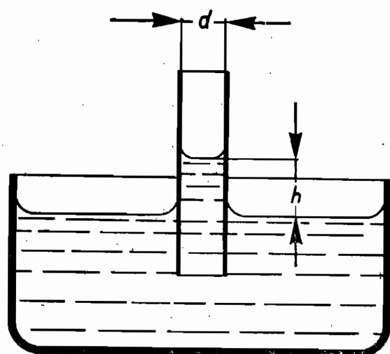
Visina dizanja u cijevima iznosi za vodu $h = \frac{30}{d}$, za alkohol $h = \frac{11}{d}$, a dubina spuštanja iznosi za živu $h = \frac{15}{d}$ (mjere u mm).

Površina je tekućine u tankoj cijevi zakrivljena. Kod tekućine koja kvasi stijenku površina je uleknuta, a kod tekućine koja je ne kvasi ona je ispupčena. Takva zakrivljena površina tekućine zove se *meniskus*.*

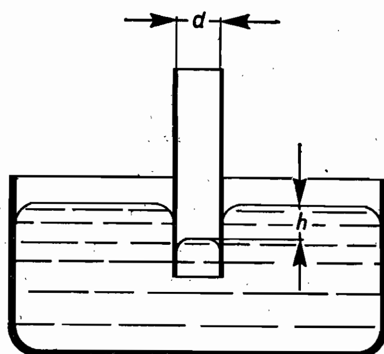
* Grč. *meniskos* = malen mjesec.

Pri mjerenju visine stupca tekućine u cijevi uvijek se mjeri do sredine zakrivljene površine, a cijev ne smije biti suviše uska da ne bismo zbog kapilarnosti došli do netočnih rezultata.

Tekućine su vrlo malo stlačive. Pokusima je utvrđeno da se obujam vode smanji samo za 0,5% ako se tlak povisi od 1 na 100 atmosfera. Koeficijent stlačivosti iznosi, prema tome, $50 \cdot 10^{-6}$ kp/cm². Nakon što se tlak smanjio na početnu vrijednost, vraća se tekućina na prvobitni obujam. Tekućine su elastične. Zbog toga se udarci na tekućine prenose dalje skoro nesmanjenom snagom. Prilikom mnogih razmatranja, naročito ako se ne radi o posebno visokim tlakovima, uzima se da su tekućine praktički nestlačive. Međutim, ako tekućine usporedimo s krutim tvarima, onda proizlazi da su one u većoj mjeri stlačive.



Sl. 3.



Sl. 4.

Često se zbog jednostavnijeg računanja pretpostavlja tzv. *idealna tekućina.* To bi bila tekućina u kojoj uopće ne bi bilo unutrašnjeg trenja i koja bi bila nestlačiva. Rezultati dobiveni uz pretpostavku da je tekućina idealna odgovaraju stvarnosti u hidrostatici, dok se rezultati u hidrodinamici dobiveni teoretskim putem uz pretpostavku da je tekućina idealna, ne poklapaju s rezultatima koje daju pokusi sa *stvarnim* ili *realnim tekućinama.* Da bi se teoretski dobiveni rezultati u hidrodinamici ispravili i da bi odgovarali stvarnosti, uvode se praktični koeficijenti dobiveni pokusima.

U hidraulici se proučava najvećim dijelom gibanje i mirovanje vode. Specifična težina vode, a to je težina jedinice obujma, mijenja se ponešto s promjenom temperature i tlaka, ali su te promjene toliko malene da se u većini tehničkih računa može uzeti da je specifična težina nepromjen-

ljiva i da je $\gamma = 1\,000$ kp/m³. Isto to vrijedi i za gustoću vode. Gustoća ϱ općenito je vezana sa specifičnom težinom γ izrazom:

$$\varrho = \frac{\gamma}{g} \left[\frac{kp\,s^2}{m^4}\right]$$

pri čemu je g ubrzanje sile teže ($g = 9{,}81$ m/s²). Voda ima najveću specifičnu težinu i gustoću kod temperature od 4° C. U ovoj tablici navedene su vrijednosti za γ i ϱ vode kod temperature između 0° i 100° C:

temperatura u °C:	0°	10°	20°	40°	60°	80°	100°
$\gamma \left[\frac{kp}{m^3}\right]$:	1000	1000	998	992	983	972	958
$\varrho \left[\frac{kp\,s^2}{m^4}\right]$:	101,9	101,9	101,7	101,1	100,2	99,1	97,8

Za razliku od tekućina, plinovi nemaju stalan obujam, nego ispunjavaju svaki prostor koji im stoji na raspolaganju. Razlog je tome što su sile među molekulama toliko malene da ne drže molekule na okupu. Kod plinova postoji također unutrašnje trenje, ali ono nije uzrokovano molekularnim silama, jer su te sile neznatne. Ako se pojedini slojevi plina gibaju međusobno različitim brzinama, onda molekule jednog sloja zbog svog molekularnog gibanja zadiru u susjedni sloj. Time kao da nastaje neka veza između susjednih slojeva i težnja za izjednačenjem brzina obaju slojeva. Brži se sloj zaustavlja. Posljedica je toga sila slična trenju, sa smjerom koji je protivan smjeru strujanja.

Obujam plinova znatno se mijenja s promjenom tlaka i temperature. Iskustvo je pokazalo da se gustoća pri strujanju do brzine od 50 m/s (= 180 km/sat) malo mijenja (u svemu oko 1%). Ako se zanemari tako malena promjena gustoće uzduha, onda i za nj približno vrijede zakoni koji su izvedeni za tekućine u gibanju, odnosno za plinove u kojima se gibaju druga tijela. Kako su zakoni hidraulike jednostavni, oni se mnogo primjenjuju i u aerodinamici, ali, naravno, samo za manje brzine (do približno 50 m/s).

Za uzduh pod normalnim atmosferskim tlakom (760 mm stupca žive) vrijede u pogledu specifične težine i gustoće ove vrijednosti:

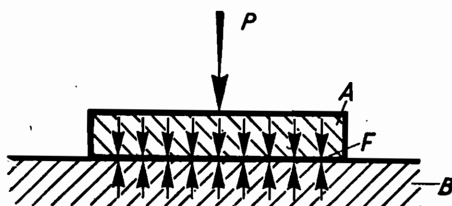
temperatura u °C:	—20°	—10°	0°	10°	20°	40°	60°	80°	100°
$\gamma \left[\frac{kp}{m^3}\right]$:	1,39	1,34	1,29	1,24	1,20	1,12	1,06	0,99	0,99
$\varrho \left[\frac{kp\,s^2}{m^4}\right]$:	0,142	0,137	0,132	0,127	0,123	0,114	0,108	0,101	0,096

Plinovita tijela i tekućine zovu se zajedničkim imenom *fluidi**.

Pri većim brzinama plinova nastaju veće promjene u gustoći, tlakovima i temperaturama, pa se takvi problemi rješavaju u termodinamici.

3. POJAM TLAKA

Na ploču A površine F djeluje sila P (sl. 5). Ta se sila prenosi preko ploče A, tako da ploča A djeluje na podlogu B također silom P. Istom silom, ali protivnog smjera djeluje podloga B na ploču A (akcija = reakciji). Pri tom sila P tlači na ploču A u jednoj točki, a ploča A djeluje čitavom svojom površinom F na podlogu B. To znači: sila P ne djeluje na podlogu B u jednoj točki, nego se ona rasprostire po čitavoj površini F. Ako je tijelo A kruto, i ako su dodirne površine tijela A i podloge B ravne, onda će se sila P jednoliko razdijeliti po površini F.



Sl. 5.

Na jedinicu površine otpada sila $\frac{P}{F}$. Sila koja djeluje na jedinicu površine zove se *tlak* ili *specifični pritisak* i bilježi se slovom p.

$$p = \frac{P}{F}$$

U tehnici sila se mjeri u kp, a površina u cm², pa je dimenzija jedinice za spec. tlak $\left[\frac{\text{kp}}{\text{cm}^2}\right]$. Jedinica za spec. tlak od 1 kp/cm² zove se *tehnička atmosfera,* ili, kraće, atmosfera, i bilježi se oznakom *at.* U hidraulici se dužine, površine i obujmovi redovito mjere u *m*, *m*² i *m*³, pa je u tom slučaju kp/m² oznaka za tlak.

Kako je 1 m² = 10 000 cm², to je

$$1 \text{ at} = 1 \text{ kp/cm}^2 = 10\,000 \text{ kp/m}^2$$

---

* Lat. *fluidum* = tekuće tijelo.

U Sjedinjenim Američkim Državama, u Engleskoj, u engleskim dominionima i kolonijama upotrebljava se za mjerenje tlaka jedinica od jedne funte na kvadratni palac (oznaka 1 lbs/sq inch ili psi); pri tome je 1 funta (1 lb) = 0,454 kp, a 1 palac (col) = 2,54 cm. Pri preračunavanju vrijedi:

1 lbs/sq inch = 0,0703 kp/cm^2
1 kp/cm^2 = 14,223 lbs/sq inch
100 lbs/sq inch = 7 kp/cm^2

II. HIDROSTATIKA

1. TLAK U TEKUĆINI NA KOJU NE DJELUJE SILA TEŽA

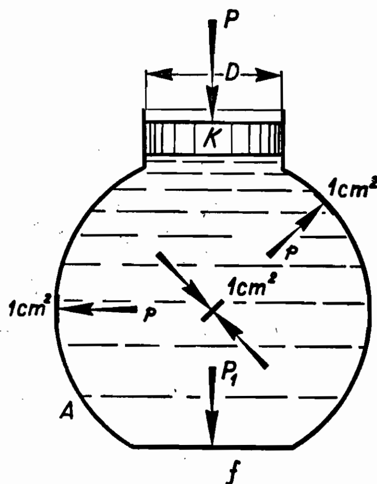
Posuda A napunjena je tekućinom i zatvorena stapom K koji je na tekućini (sl. 6). Na stap djeluje sila P. Pri razmatranju koja dolaze zanemarit ćemo težinu tekućine. Ako pretpostavimo da se stap može gibati u grlu posude bez trenja, onda će se čitava sila P prenositi na tekućinu. Budući da je tekućina praktički nestlačiva, stap se neće pomaknuti, i tekućina će ostati na miru.

Površina stapa jednaka je

$$F = \frac{D^2 \pi}{4} \left[\mathrm{cm}^2\right]$$

Sila P jednoliko se rasprostire po čitavoj površini F, tako da na dodirnoj površini između stapa i tekućine vlada specifični tlak

$$p = \frac{P}{F} = \frac{P}{\frac{D^2 \pi}{4}} \left[\mathrm{kp/cm}^2\right]$$



Sl. 6.

Kako se molekule tekućine dadu vrlo lako pomicati, prenosi se tlak s površine stapa kroz tekućinu na sve strane nesmanjenom jakošću. Tekućina tlači na stijenke posude tlakom p koji je proizveo stap. Sila kojom djeluje tekućina na stijenku, uvijek je okomita na površinu stijenke, jer da nije tako, nastalo bi strujanje tekućine u posudi. Ako u tekućini odaberemo površinu od 1 cm², tlačit će tekućina i na tu površinu silom od p kp, a smjer sile bit će okomit na površinu. Bio položaj površine koji mu drago, tlak će biti uvijek okomit na površinu.

U tlačenoj tekućini na koju ne djeluje sila teža vlada na svim mjestima i u svim smjerovima jednaki tlak.

Taj zakon poznat je pod imenom Pascalov zakon*.

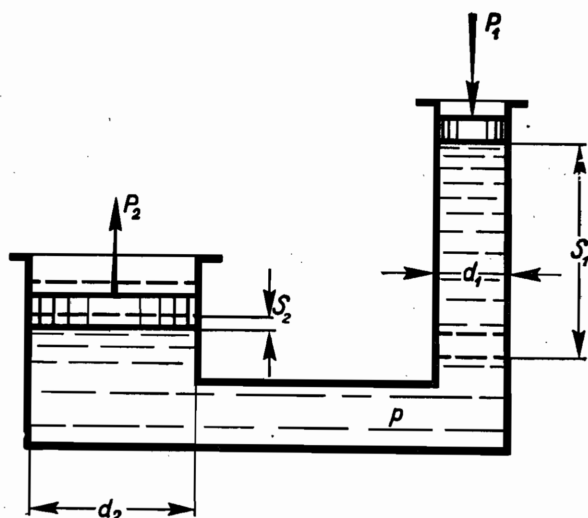
Tlak u tekućini koja miruje zove se *hidrostatski tlak.* Ako odaberemo na bilo kojem mjestu ravnu površinu od f cm², onda će tekućina pod tlakom djelovati na tu površinu silom

$$P_1 = f \cdot p \ [kp]$$

Smjer sile P_1 bit će okomit na površinu f.

2. HIDRAULIČKA PREŠA

Hidraulička preša ili hidraulički tijesak služi da bi se upotrebom razmjerno malenih sila mogle postići goleme sile.



Sl. 7.

Na sl. 7. prikazan je princip djelovanja hidrauličke preše. Na manji stap promjera d_1 cm tlači sila od P_1 kp. U tekućini ispod stapa nastat će tlak.

$$p = \frac{P_1}{\frac{d_1^2 \pi}{4}} \left[\text{kp/cm}^2\right]$$

* Blaise Pascal (1623—1662), francuski matematičar.

Taj se tlak širi po čitavoj tekućini i djeluje na veći stap promjera d_2. Sila kojom će tekućina djelovati na ovaj stap bit će

$$P_2 = p\frac{d_2^2 \pi}{4} \left[\text{kp}\right]$$

ili, ako uvrstimo prijašnji izraz za p, bit će

$$P_2 = \frac{P_1}{\frac{d_1^2 \pi}{4}} \cdot \frac{d_2^2 \pi}{4}$$

i, nakon kraćenja:

$$P_2 = P_1 \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

ili:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

To znači: S i l e n a s t a p o v i m a o d n o s e s e k a o k v a d r a t i n j i h o v i h p r o m j e r a. Ako se npr., promjeri stapova d_1 i d_2 odnose kao 1 : 10, odnosit će se sile kao 1 : 100.

Neka se stap promjera d_1 pomakne za put s_1. U tom slučaju istisnuo je stap količinu tekućine volumena

$$V = \frac{d_1^2 \pi}{4} \cdot s_1$$

Kako je tekućina nestlačiva, podignut će se stap promjera d_2 za pomak s_2. Taj je pomak s_2 toliki da ispod stapa stane upravo jednaka količina volumena V:

$$V = \frac{d_2^2 \pi}{4} \cdot s_2$$

Iz tih jednadžbi izlazi:

$$\frac{d_1^2 \pi}{4} \cdot s_1 = \frac{d_2^2 \pi}{4} \cdot s_2$$

ili:

$$d_1^2 s_1 = d_2^2 s_2$$

napokon:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

To znači: P o m a c i s t a p o v a o d n o s e s e o b r n u t o k a o k v a d r a t i n j i h o v i h p r o m j e r a.

Isti se rezultat dobije ako se pođe od radnje. Kod preše, za koju se pretpostavlja da radi bez gubitaka, bit će utrošena radnja jednaka iskorištenoj radnji, tj.

$$P_1 s_1 = P_2 s_2$$

Otuda, jer je $P_1 = \frac{d_1^2 \pi}{4} p$, $P_2 = \frac{d_2^2 \pi}{4} p$, dobiva se:

$$\frac{d_1^2 \pi}{4} \cdot p \cdot s_1 = \frac{d_2^2 \pi}{4} \cdot p \cdot s_2$$

ili:

$$d_1^2 s_1 = d_2^2 s_2$$

i time:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

Hidraulička preša djeluje poput dvokrake poluge i odnos

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

jest, zapravo, prijenosni broj koji pokazuje kako se odnose sila i teret.

Dosadašnji izvodi vrijede uz pretpostavku da je tekućina nestlačiva i da nema trenja ni prilikom pomicanja stapova ni prilikom gibanja tekućine.

Stlačivost tekućine i unutrašnje trenje u tekućini maleni su pa se mogu zanemariti, ali je trenje stapova u brtvenicama znatnije, i zbog toga je utrošena radnja R_u veća od korisne radnje R_k. Omjer obiju radnja:

$$\eta = \frac{R_k}{R_u}$$

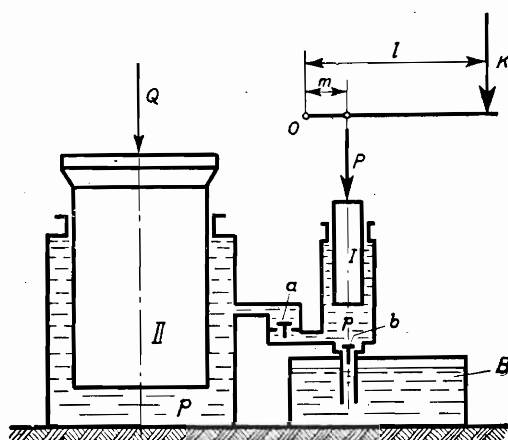
označuje se kao *stupanj djelovanja preše.*

Na sl. 8. prikazana je shematski hidraulička preša. Maleni klip *I* giba se pomoću poluge koja se može okretati oko okretišta *O*. Prilikom gibanja klipa *I* prema gore zatvara se tlačni ventil *a*, a otvara se sisni ventil *b*, i voda ulazi iz spremišta *B* u maleni cilindar. Prilikom gibanja klipa prema dolje zatvara se sisni ventil *b* i otvara tlačni ventil *a*, pa tekućina odlazi u veći cilindar i podiže klip *II*.

Hidrauličke preše upotrebljavaju se tamo gdje su potrebne velike sile, npr. za dizanje tereta, za ispitivanje čvrstoće lanaca, kotlova, cijevi i uopće materijala, za istiskivanje sokova iz plodova (masline, grožđe), za prešanje

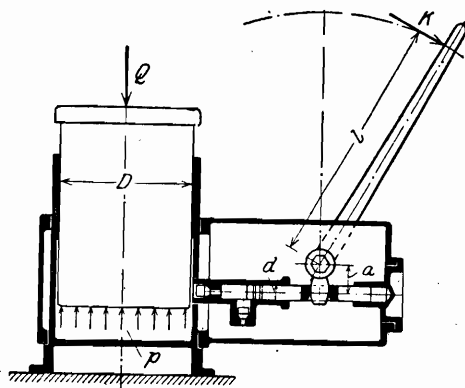
laganih materijala, kao što je pamuk, sijeno, papir, za oblikovanje metalnih komada prešanjem. Kod manjih je preša pogon ručni, kod većih motorni.

Cijev koja spaja oba cilindra, može imati znatnu dužinu a da se djelovanje preše pri tom ne promijeni. Pogonski cilindar ili tlačna sisaljka može biti daleko od same preše. U tom slučaju treba da spojna cijev ima debele stijenke. Međutim, kod duže se cijevi povećava unutrašnje trenje tekućine i trenje između tekućine i stijenke, pa sisaljka mora, svladavajući ta trenja, obavljati veću radnju. Jedna tlačna sisaljka može istovremeno raditi s više preša.



Sl. 8.

Na sl. 9. prikazana je ručna hidraulička dizalica kakva se upotrebljava za dizanje velikih tereta prilikom gradnje mostova i brodova i u tvornicama strojeva. Kao tlačna tekućina upotrebljava se ulje ili voda s dodatkom glicerina, čime se snizuje temperatura leđenja. Potreban pritisak tekućine proizvodi se klipom promjera *d*, koji se potiskuje dvokrakom polugom s krakovima *a* i *l*. Takve se dizalice grade za terete od 5 do 300 t uz visinu dizanja od 150 do 300 mm. Tlak tekućine dosiže vrijednost od 400 do 500 at. Stupanj djelovanja iznosi 0,60 do 0,75. Veliki klip *D* vraća se natrag tako da se posebnim ventilom (na slici nije naznačen) spoji prostor



Sl. 9.

ispod velikog klipa sa spremištem u kojem se nalazi tlačni klip, pa se tekućina koja je pod tlakom vraća sama od sebe u spremište.

PRIMJER: Hidraulička dizalica kakva je prikazana na sl. 8. ima kod nosivosti od $Q = 100$ t visinu dizanja od 160 mm. Promjer je nosivog klipa $D = 180$ *mm*, promjer tlačnog klipa $d = 18$ *mm* i stapaj tlačnog klipa $s = 35$ *mm*. Ručna poluga ima dimenzije: $m = 38$ *mm*, $l = 800$ *mm*.

Treba odrediti tlak tekućine, silu na radnom klipu, potrebne sile K na poluzi, podizaj klipa promjera D prilikom jednog pomaka radnog klipa promjera d i vrijeme potrebno za izvršenje punog podizanja od 160 mm, ako radnik načini u minuti 30 punih pomaka polugom.

Rješenje: Pretpostavit ćemo da je stupanj djelovanja dizalice $\eta = 0{,}70$.

Tlak vode u cilindru

$$p = \frac{Q}{\frac{D^2 \pi}{4}}$$

$$p = \frac{100\,000}{\frac{18^2 \pi}{5}} \left[\frac{\text{kp}}{\text{cm}^2}\right] = 394 \text{ kp/cm}^2$$

Sila na radnom klipu

$$P = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot p$$

$$P = \frac{1{,}8^2 \cdot 3{,}14}{4} \cdot 394 \text{ kp} = 1000 \text{ kp}$$

Sila na kraju poluge, ako zanemarimo trenje,

$$Kl = Pm$$

$$K = P \frac{m}{l} \left[\text{kp}\right]$$

$$K = 1000 \cdot \frac{3{,}8}{80} = 47{,}5 \text{ kp}$$

a ako uzmemo u obzir i gubitke na trenju:

$$K_t = \frac{K}{\eta} = \frac{47{,}5}{0{,}70} = 68 \text{ kp}$$

Prijenosni je omjer sila

$$\frac{K_t}{Q} = \frac{68}{100\,000} = 1 : 1500$$

Pomak velikog klipa prilikom jednog radnog stapaja može se izračunati iz razmjera $s_2 : s_1 = d^2 : D^2$:

$$s_2 = \frac{d^2}{D^2} \cdot s_1, \qquad s_2 = \frac{1{,}8^2}{18^2} \cdot 3{,}5 \text{ cm} = 0{,}035 \text{ cm}$$

Za puni podizaj od 16,0 cm bit će potrebno radnih stapaja

$$Z = \frac{16}{0{,}035} = 456$$

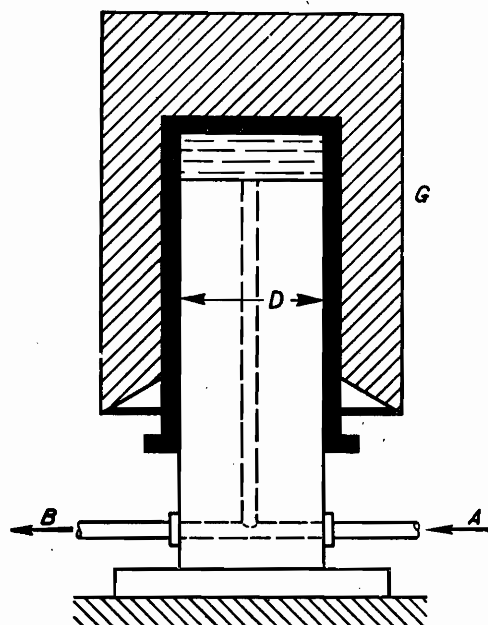
a za to će biti potrebno vrijeme

$$t = \frac{456}{30} \approx 15 \text{ min}$$

3. HIDRAULIČKI AKUMULATOR

Hidraulički akumulator (sl. 10) služi za spremanje vode pod tlakom. U cilindru se nalazi klip promjera D koji je opterećen utegom težine G. Da bi voda pod tlakom podigla klip s utegom, potrebno je da ima tlak

$$p = \frac{G}{F} = \frac{G}{\frac{D^2 \pi}{4}}$$

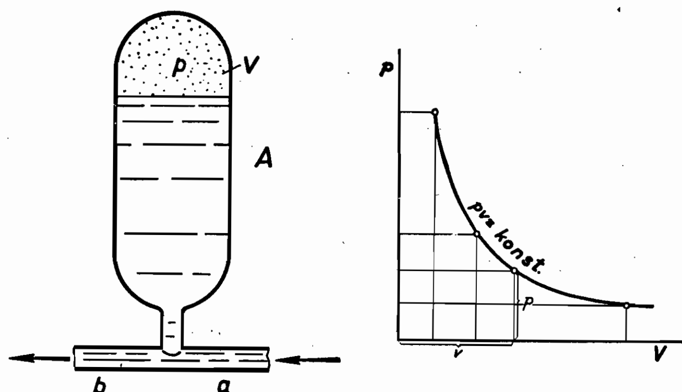


Sl. 10.

Posebna tlačna sisaljka dobavlja vodu pod tim tlakom kroz cijev *A*. Kad klip dođe u svoj najviši položaj, poseban uređaj zaustavlja tlačnu sisaljku. Kroz cijev *B* oduzima se tlačna voda iz akumulatora a da pri tom nije potrebno da sisaljka radi. Kako se voda troši, tako se spušta klip s utegom. Tlak je vode stalan.

Pri upotrebi hidrauličkog akumulatora nije potrebno da tlačna sisaljka stalno radi, naročito dok je potrošnja tlačne vode malena. Sisaljka se opet ukopča kad se klip akumulatora sasvim spusti.

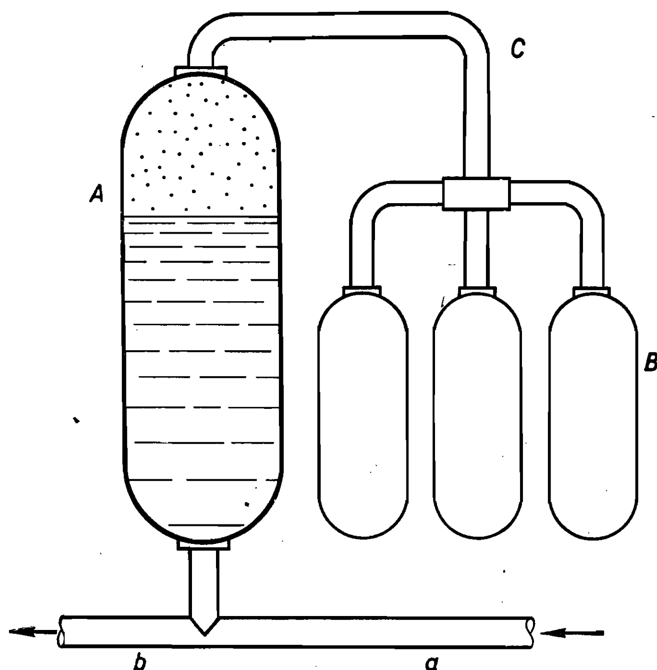
Hidraulički akumulator opterećen utegom vrlo je glomazan, zauzima mnogo prostora i zahtijeva teške temelje, zato se danas umjesto njega sve više upotrebljavaju hidraulički akumulatori sa zračnim opterećenjem.



Sl. 11.

Na sl. 11. shematski je prikazan hidraulički akumulator sa zračnim opterećenjem. Kroz cijev *a* dolazi voda iz tlačne sisaljke i odlazi kroz cijev *b* na mjesto upotrebe. Ako je potrošak vode manji od količine koju daje sisaljka, onda višak vode odlazi u akumulator *A*. Akumulator se sastoji od velike čelične boce napunjene zrakom pod tlakom *p*. Tlak tlačne vode jednak je tlaku zraka u posudi. Time što voda ulazi u posudu smanjuje se obujam zraka, a zbog toga se povisuje tlak. Ako se obujam zraka smanji na ½ ili ⅓, povisuje se tlak zraka, a time i tlak vode 2, odnosno 3 puta. Na dijagramu sa strane na sl. 11. prikazano je kako se tlak mijenja s promjenom obujma. Kako vidimo, akumulator sa zračnim opterećenjem vrlo je jednostavan, ali ima nedostatak što se tlak vode u pogonu mijenja. Budući da promjena tlaka zraka, a time i tlak vode ovisi o promjeni obujma zraka, dovoljno je učiniti da se obujam zraka manje mijenja pa da budu manje i promjene tlaka zraka i vode.

Na sl. 12. prikazan je takav slučaj. Zračni prostor povećan je time što je s cijevi *C* spojen veći broj zračnih boca *B*. Pri punjenju akumulatora *A* vodom smanjit će se samo zračni prostor u gornjem dijelu akumulatora, dok će zračni prostor u posudama *B* ostati nepromijenjen. Sasvim se uklanja promjena tlaka tako da se zračnim kompresorom drži tlak zraka u akumulatoru uvijek na istoj visini.



Sl. 12.

Na sl. 13. predočen je kompletan uređaj hidrauličke preše sa sisaljkom i akumulatorom. Srednji cilindar preše služi za proizvodnju radnog tlaka, a cilindri sa strane za dizanje tlačnog klipa nakon što je radni proces dovršen. Razvodnikom se upravlja dovod i odvod vode. Tlačna sisaljka koju pokreće elektromotor siše vodu iz spremišta i tlači je u cijev *a*. Ova cijev vodi do razvodnika i do akumulatora. Voda koja je iskorišćena vraća se kroz cijev *b* u spremište. Ako sisaljka daje više vode nego što je potrebno, onda višak odlazi u akumulator i podiže uteg uvis. U svom najvišem položaju uteg prekine dovod struje do elektromotora, i sisaljka prestaje raditi. Kad je sva tlačna voda iz akumulatora utrošena, i uteg se spustio u najniži položaj, uteg ukopča ponovno elektromotor.

Kod ovakva uređaja nije potrebno da sisaljka bude dimenzionirana za maksimalni potrošak vode, nego samo za srednji. Akumulator preuzima

višak vode kad je preša u stankama ne troši, a pokriva manjak kad preša u radu troši velike količine vode.

Kod hidrauličkih preša i akumulatora upotrebljavaju se brtvenice s kožnatim rukavcem (sl. 14). Tekućina pod tlakom djeluje s unutrašnje strane brtve i tlači je na stijenku cilindra i klipa. Što je veći tlak, to je veća sila kojom brtva pritješnjuje klip.

Ako je promjer klipa D, a visina brtve b, bit će sila S kojom brtva tlači klip

$$S = F \cdot p$$

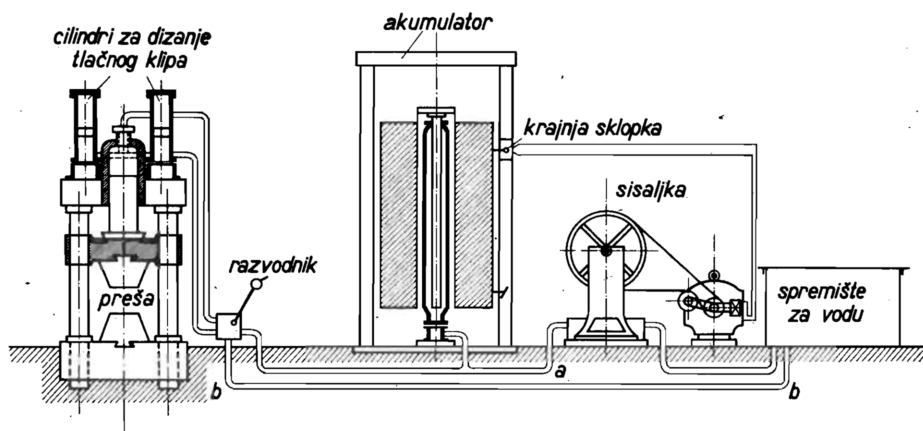
ili:

$$S = D \cdot \pi \, bp \text{ [kp]}$$

Trenje je

$$T = \mu S = \mu D \pi \, bp \text{ [kp]}$$

Trenje u brtvi smanjuje silu koju prenosi klip.



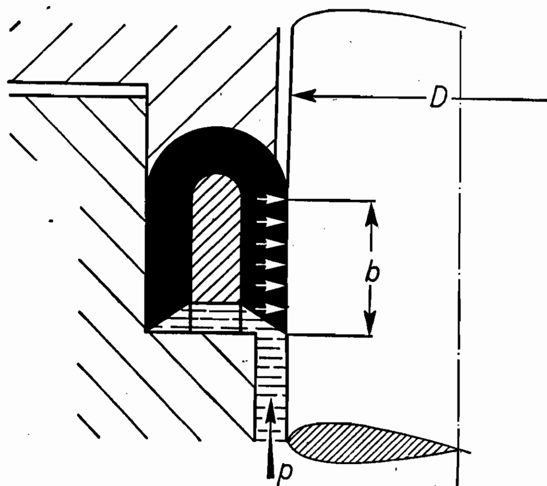
Sl. 13.

PRIMJER: Klip hidrauličke preše promjera $D = 180\ mm$ brtvljen je kožnatom brtvom. Visina je brtve $b = 12\ mm$. Voda je pod tlakom $p = 400\ at$. Koeficijent je trenja između klipa i kožnate brtve $\mu = 0{,}15$. Koliki je stupanj djelovanja prijenosa sile?

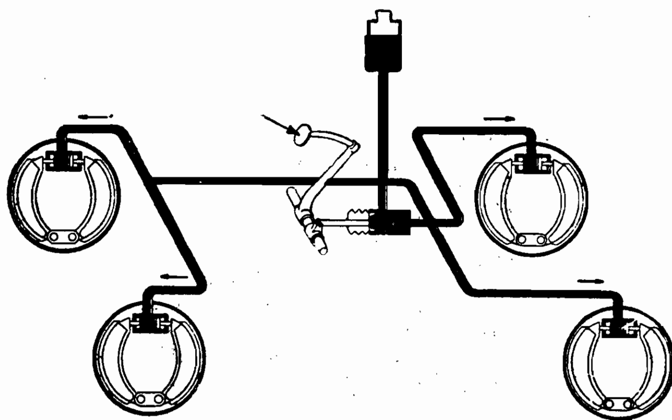
R j e š e n j e : Ako se ne uzme u obzir trenje, prenosit će se klipom sila

$$P = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot p \text{ [kp]}$$

$$P = \frac{18^2 \pi}{4} \cdot 400 = 102\,000 \text{ kp}$$



Sl. 14.



Sl, 15.

Vodni pritisak na kožnatu brtvu prenosi se na klip, pa je

$$S = D \pi bp$$

U brtvenici pojavljuje se trenje

$$T = \mu S = \mu D \pi bp \text{ [kp]}$$

$$T = 0{,}15 \cdot 18 \pi \cdot 1{,}2 \cdot 400 \approx 4050 \text{ kp}$$

Zbog trenja prenosit će se klipom sila

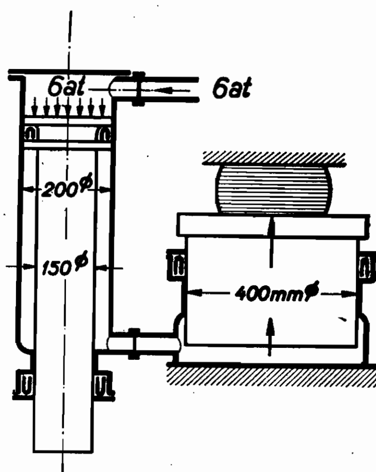
$$P - T = 102\,000 \text{ kp} - 4050 \text{ kp} = 97\,950 \text{ kp}$$

Pri pomaku klipa sa s bit će proizvedena radnja $(P - T)\ s$, a utrošena radnja $P \cdot s$, pa će zbog trenja u brtvenici biti stupanj djelovanja prijenosa sile

$$\eta = \frac{(P - T)\, s}{P \cdot s} = \frac{P - T}{P}$$

$$\eta = \frac{97\,950}{102\,000} = 0{,}96$$

Hidraulički prijenos sile primjenjuje se kod mnogih uređaja. Kod mnogih automobila kočenje se kotača vrši hidrauličkim putem. Na sl. 15. shematski je prikazan takav uređaj. Pritiskom noge, preko pedala kočnice, na klip u tlačnom cilindru prenosi se pritisak na tekućinu. Tekućinu, obično ulje, prenosi pritisak do radnih cilindara potiskujući radne klipove. Čeljusti vezane na klipove pritišću kočne čeljusti na bubanj, koje su vezane s kotačima. Kočenje svih kotača potpuno je jednako. Kod mnogih aviona pomicanje se stajnih trapova obavlja hidrauličkim putem. Postoje alatni strojevi, npr. blanjalice, poprečni strugovi, strojevi za grebenje, kod kojih se glavno gibanje obavlja hidrauličkim putem.



Sl. 16.

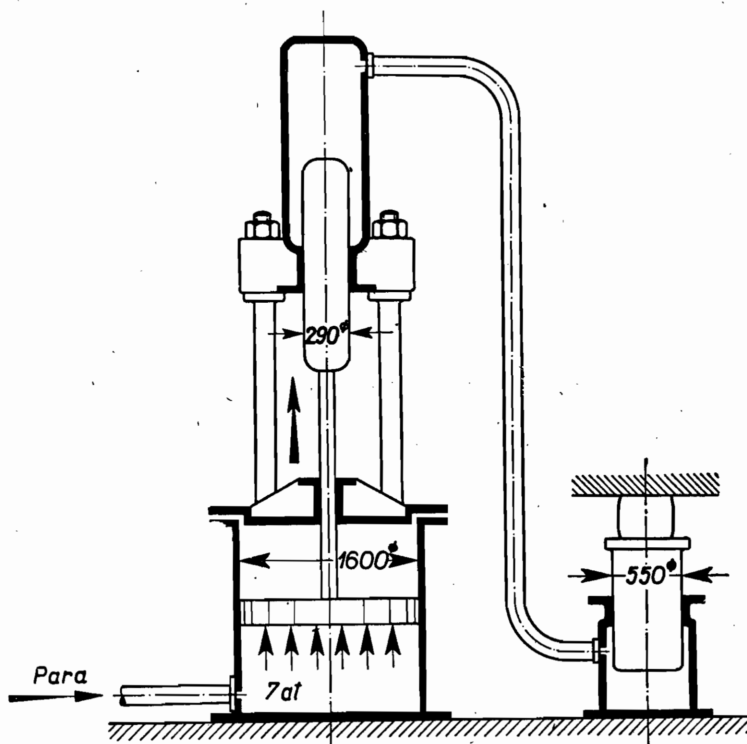
ZADACI

1. Hidraulička dizalica namijenjena je za dizanje automobila težine 5 t. Tlak ulja u dizalici iznosi 70 kp/cm². Koliki mora biti promjer nosivog stapa?
2. Auto-guma napunjena je zrakom pod tlakom od 3 at. Ako kotač nosi teret od 500 kp, kolika će biti dodirna površina između gume i tla?
3. Pumpa za napuhavanje auto-guma do tlaka 2,5 at ima promjer stapa od 30 mm. Kolika je maksimalna sila kojom treba djelovati na ručku pumpe? (Trenje zanemariti.)
4. Kolika se sila može postići hidrauličkom prešom (sl. 8) ako je $D = 360$ mm, $d = 18$ mm, $m = 60$ mm, $l = 720$ mm, $K = 50$ kp, a stupanj djelovanja $\eta = 0{,}70$?

5. Koliki mora biti kod hidrauličke preše za ispitivanje materijala omjer promjera $d : D$ a prešom se mora opteretiti do loma mramorne kocke od 1 dm^3 čvrstoće 800 kp/cm^2, i ako su odabrane dimenzije prema slici D = 640 mm, m = 80 mm, l = 600 mm, sila K = 10 kp i η = 0,80?

6. Promjer je klipa hidrauličkog akumulatora 1000 mm. Tlak je tekućine 40 at. Koliku snagu može dati akumulator ako se klip za 30 sekundi spusti za 500 mm (η = 0,80)? Kolika mora biti težina utega?

7. Hidraulička dizalica mora dignuti teret od P_2 = 10 000 kp upotrebom pogonske sile od P_1 = 200 kp. Tlak vode iznosi 50 at. Treba odrediti promjere obaju cilindara u slučaju: a) da se zanemari trenje; b) ako je stupanj djelovanja η = 0,70. — Kolika će biti sila na kraju pogonske poluge ako je omjer krakova 1 : 10?



Sl. 17.

8. Za pogon hidrauličke preše na raspolaganju je voda iz vodovoda tlaka 6 at. Da bi se povećao tlak, umetnut je između preše i vodovoda multiplikator (sl. 16). Voda iz vodovoda tlači gornju površinu stapa multiplikatora, dok donja površina stapa, koja je znatno manja, tlači vodu u hidrauličku prešu.

a) Za pogon bez trenja treba izračunati:
   1. koliki pritisak proizvodi voda multiplikatorom;
   2. koliku silu proizvodi preša;
   3. koliki je omjer sila na klipu multiplikatora i na klipu preše;
   4. koliki je omjer stapaja;
   5. ukupni stupanj djelovanja.

b) Iste vrijednosti treba izračunati uzevši u obzir trenje u brtvenicama s kožnatim brtvama. Dužina je brtava za sve brtvenice jednaka i iznosi 14 mm. Koeficijent trenja $\eta = 0{,}15$. Pri računanju treba uzeti u obzir da je gornja brtva multiplikatora opterećena razlikom tlakova ispod klipa i iznad klipa.

9. Tlak vode potreban za pogon kovačke preše proizveden je multiplikatorom prikazanim na sl. 17. Na donju površinu stapa multiplikatora promjera 1 600 mm djeluje para tlaka 7 at. Parni stap pomiče klip promjera 290 mm i njime tlači vodu. Treba izračunati:

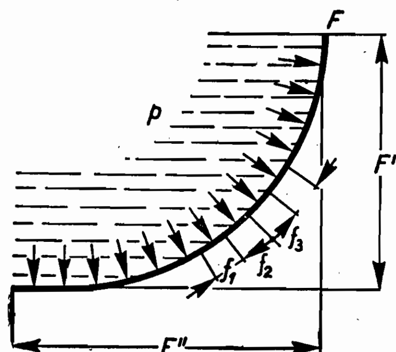
a) koliki je proizvedeni tlak vode iznad klipa multiplikatora ako su gubici na trenju u multiplikatoru 3%;

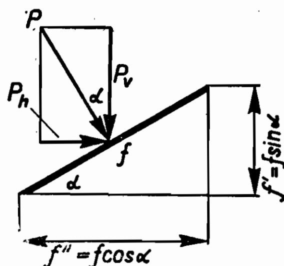
b) kolika je sila proizvedena na klipu preše ako su gubici u preši 2%;

c) koliki je hod klipa preše ako se klip multiplikatora pomakne za 1740 mm.

4. TLAK TEKUĆINE NA ZAKRIVLJENU POVRŠINU

Na cilindrično zakrivljenu površinu F tlači tekućina tlakom od p kp/cm² (sl. 18). Treba odrediti horizontalnu i vertikalnu komponentu sile koja potječe od djelovanja tekućine.





Sl. 18.

Iz zakrivljene površine isjeći ćemo malen dio, i to tako malen da ga možemo smatrati ravnim. Neka je f površina toga malenog dijela. Na ovu malenu površinu f djelovat će tekućina silom

$$P = fp$$

Smjer sile okomit je na površinu f. Silu P razdijelit ćemo na horizontalnu komponentu P_h i vertikalnu komponentu P_v pri čemu je

$$P_h = P \sin \alpha$$

$$P_v = P \cos \alpha$$

Kako je $P = fp$, bit će

$$P_h = fp \sin \alpha$$

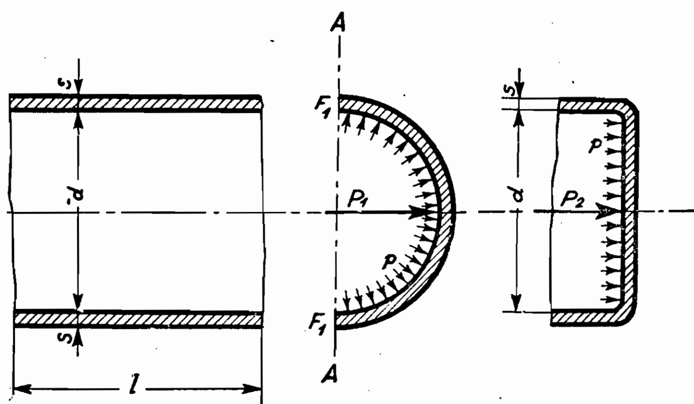
$$P_v = fp \cos \alpha$$

gdje je $f \sin \alpha = f'$ vertikalna projekcija površine f, a $f \cos \alpha = f''$ horizontalna projekcija površine f.

Horizontalna komponenta P_h sile P jednaka je tlaku p pomnoženom s vertikalnom projekcijom površine f, a vertikalna komponenta P_v sile P jednaka je tlaku p pomnoženom horizontalnom projekcijom površine f. Što vrijedi za neku malenu površinu isječenu na kojem god mjestu, vrijedi i za svaku drugu malenu površinu koju bismo ma gdje isjekli. Ako čitavu zakrivljenu površinu razdijelimo na sitne površine f_1, f_2, f_3 itd., onda će zbroj svih horizontalnih i zbroj svih vertikalnih komponenata sile na te površine dati horizontalnu i vertikalnu komponentu ukupne sile na površinu F. Horizontalna komponenta sile na površini F jest

$$H = pf'_1 + pf'_2 + pf'_3 + \ldots + pf'_n$$
$$H = p\,(f'_1 + f'_2 + f'_3 + \ldots + f'_n) = pF'$$

Horizontalna komponenta sile na zakrivljenu površinu jednaka je tlaku p pomnoženom s projekcijom zakrivljene površine na vertikalnu ravninu.



Sl. 19.

Vertikalna komponenta sile na površini F jest

$$V = pf''_1 + pf''_2 + pf''_3 + \ldots + pf''_n$$
$$V = p\,(f''_1 + f''_2 + f''_3 + \ldots + f''_n) = pF''$$

Vertikalna komponenta sile na zakrivljenu površinu jednaka je tlaku p pomnoženom s projekcijom zakrivljene površine na horizontalnu ravninu.

U cilindričnoj cijevi unutrašnjeg promjera d vlada tlak p (sl. 19). Zamislimo da je cijev dužine l razdijeljena vertikalnom ravninom A—A

u dvije jednake polovine. Kako je projekcija jedne polovine na vertikalnu ravninu jednaka pravokutniku površine *dl*, na tu polovinu djeluje sila

$$P_1 = p\,d\,l$$

Ta sila opterećuje oba pravokutnika presjeka F_1 lima. Naprezanje na vlak *u tim presjecima bit će*

$$\sigma_{vl} = \frac{P_1}{2\,F_1} = \frac{p\,d\,l}{2\,s\,l} = \frac{d\,p}{2\,s}$$

Uzdužno djeluje na završetak cijevi sila

$$P_2 = \frac{d^2\pi}{4}\cdot p$$

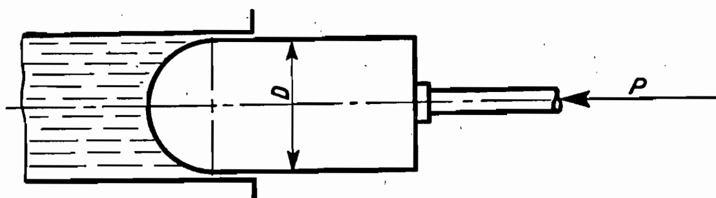
i naprezanja u prstenastoj površini presjeka F_2

$$\sigma'_{vl} = \frac{P^2}{F^2} = \frac{\frac{d^2\pi}{4}\cdot p}{d\,\pi\,s} = \frac{d\,p}{4\,s}$$

Naprezanje je u poprečnom presjeku jednako polovini naprezanja u uzdužnom presjeku cijevi. Cijev preopterećena unutrašnjim pritiskom puknut će uzdužno.

ZADACI

1. U kotlu vlada tlak od $p = 6$ at. Dužina je kotla $l = 5$ m i promjer $d = 1{,}6$ m. Koliko je opterećenje polovine kotla?

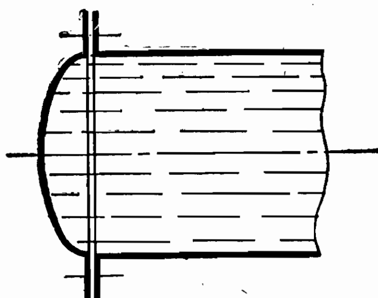


Sl. 20.

2. Na kuglu promjera $d = 0{,}3$ m djeluje izvana pritisak od 4 at. Kolikom je silom opterećena polovina kugle?

3. Klip sa zaobljenim krajem, promjera $D = 125$ mm, djeluje silom P na tekućinu koja se nalazi u cilindru. Kolika je sila P ako je tlak u tekućini 12 at? (sl. 20).

4. Cilindar promjera 250 mm zatvoren je poklopcem zaobljenog dna (sl. 21). U cilindru se nalazi tekućina pod tlakom od 18 at. Koliko vijaka treba za pričvršćenje poklopca ako svaki vijak može podnijeti silu od 1200 kp?



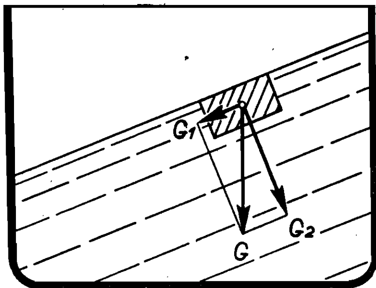
Sl. 21.

5. POVRŠINA TEKUĆINE

a) Općenito

Na tekućinu koja miruje, djeluje samo sila teža. Zamislimo da je površina tekućine koja miruje kosa, kako je prikazano na sl. 22. Neka se na površini tekućine nalazi djelić tekućine težine G. Sila G može se rastaviti na dvije komponente G_1 i G_2. Komponenta G_1 djeluje paralelno, a G_2 okomito na površinu tekućine. Sila G_1 pomicat će djelić tekućine na stranu, jer tekućina pruža ovakvu pomicanju malen ili nikakav otpor. Ravnoteža će nastupiti tek onda kad na djelić tekućine težine G ne bude više djelovala komponenta G_1, tj. kad bude $G_1 = 0$. Do toga će doći onda kad površina bude horizontalna. Tekućina koja miruje ima stoga uvijek vodoravnu površinu.

Dosada smo zanemarili djelovanje tlaka atmosfere na površinu tekućine. Međutim, atmosferski tlak djeluje uvijek okomito na površinu tekućine i, prema tome, nema utjecaja na oblik površine.



Sl. 22.

Kod vrlo velikih vodenih površina mora se uzeti u obzir da sila teža djeluje u smjeru prema središtu zemlje. Budući da je površina tekućine okomita na smjer sile, to će površina mora i jezera biti dio plohe kugle sa središtem u središtu Zemlje.

Kod manjih vodenih površina izgleda površina kao horizontalna ravnina, i odatle potječe izraz: vodoravan.

Ako na tekućinu pored sile teže djeluje još koja druga sila, npr. pri ubrzanom gibanju vode, stalna sila ili centrifugalna sila prilikom rotacije tekućine, onda se površina tekućine postavlja uvijek okomito na rezultantu sila koje djeluju na tekućinu.

Općenito se može reći: S l o b o d n a p o v r š i n a t e k u ć i n e p o s t a v l j a s e u v i j e k o k o m i t o n a s i l u k o j a d j e l u j e n a t e k u ć i n u.

b) Površina tekućine koja se giba ubrzano

Zamislimo tekućinu u posudi koja se giba ubrzano akceleracijom a. Na djelić tekućine mase m na površini djelovat će sila teža silom (sl. 23)

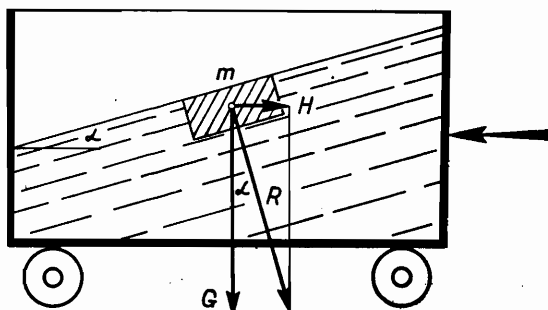
$$G = mg$$

vertikalno prema dolje, a zbog tromosti mase m sila

$$H = ma$$

i to u smjeru protivnom smjeru gibanja.

Sila R jest rezultanta sila G i H i okomita je na površinu tekućine (sl. 23). Iz trokuta sila proizlazi:



Sl. 23.

$$tg\,\alpha = \frac{H}{G}$$

$$tg\,\alpha = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}$$

Iz ove se jednadžbe može izračunati kut α pod kojim je nagnuta površina tekućine.

Površina tekućine koja se giba jednoliko horizontalna je. To proizlazi i iz posljednje jednadžbe, jer ako je $\alpha = 0$, onda je $tg\,\alpha = 0$, dakle, $\alpha = 0$.

c) Površina tekućine koja rotira

Tekućina u posudi A (sl. 24) rotira oko vertikalne osi kutnom brzinom ω. Na djelić tekućine mase m djeluje sila teža silom

$$G = mg$$

vertikalno prema dolje, a zbog rotacije centrifugalna sila u smjeru radijusa

$$C = m\,r\,\omega^2$$

Na promatranom mjestu površina tekućine okomita je na rezultantu R sila G i C. Budući da centrifugalna sila raste s radijusom, postaje strmina površine tekućine prema obodu sve veća.

Iz sličnosti trokuta proizlazi:

$$n : r = G : C$$

pa je dužina

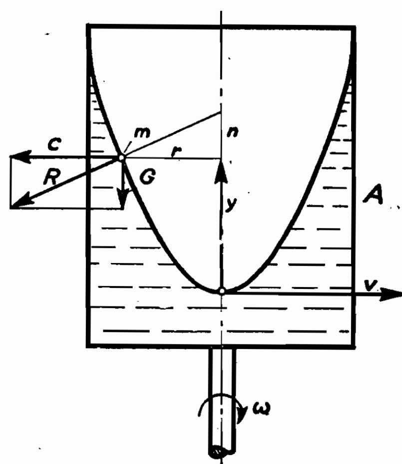
$$n = \frac{Gr}{C}$$

Ako se uvrste vrijednosti za sile G i C, dobiva se da je

$$n = \frac{mgr}{mr\omega^2} = \frac{g}{\omega^2}$$

Pri stalnoj kutnoj brzini ω dužina n konstantna je i neovisna o udaljenosti r.

U geometriji zove se ovako odabrana dužina n subnormala, i jedina krivulja u kojoj je subnormala konstantna jest parabola. Kod parabole je subnormala n jednaka poluparametru p, tj. $n = p$.



Sl. 24.

Površina tekućine koja rotira jest rotacioni paraboloid s jednadžbom parabole:

$$y = \frac{r^2}{2p}$$

$$y = \frac{r^2 \omega^2}{2g}$$

ZADACI

1. Prilikom polaska vlaka razlika je u razini vode u tenderu 0,3 m. Duljina horizontalne razine iznosi 3,2 m. Kolikim ubrzanjem kreće vlak?

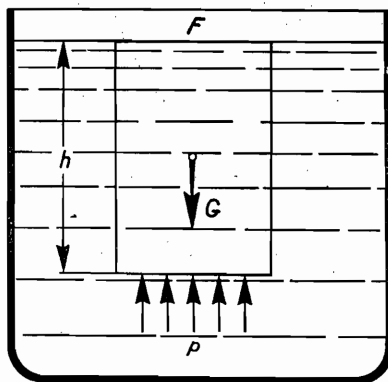
2. Kako će se postaviti razina vode u posudi koja se giba u dizalu ubrzano vertikalno prema dolje?

3. U cilindričnoj posudi promjera 10 cm rotira tekućina sa 500 okr./min. Kolika će biti razlika u razini tekućine između sredine i oboda?

6. TLAK U TEKUĆINI USLIJED DJELOVANJA SILE TEŽE

Pri računanju u vezi s hidrauličkom prešom i akumulatorom, zatim u vezi s kotlovima koji rade s visokim tlakovima zanemaruje se utjecaj vlastite težine tekućine, jer je neznatan prema tlakovima, koji vladaju u preši, akumulatoru i kotlu. Tamo, pak, gdje u tekućinama vladaju razmjerno maleni tlakovi, ne smije se zanemariti težina same tekućine.

Da bismo odredili tlak u nekoj tekućini, razmotrit ćemo (sl. 25) valjak tekućine baze F i visine h. Gornja je osnovica valjka na površini tekućine. Zanemarit ćemo tlak atmosfere i uzeti da na površini nema nikakva tlaka. Na donjoj osnovici valjka djelovat će prema dolje težina G valjka tekućine, a prema gore tlak p tekućine. Sile koje potječu od težine valjka i tlaka tekućine jesu u ravnoteži, jer je tekućina u stanju mirovanja. I tlakovi koji djeluju na plašt valjka drže se međusobno u ravnoteži.



Sl. 25.

Ako se specifična težina tekućine označi sa γ, bit će težina valjka

$$G = F\,h\,\gamma \ \text{[kp]}$$

pri čemu treba uzeti F u m^2, h u m, γ u kp/m^3.

Tlak P prema gore na površinu jednak je

$$P = p\,F$$

Zbog ravnoteže bit će

$$G = P$$

ili:

$$F\,h\,\gamma = p\,F$$

i odavde:

$$p = h\,\gamma \ \text{[kp m}^2\text{]}$$

T l a k k o j i v l a d a u d u b i n i h t e k u ć i n e r a z m j e r a n j e d u b i n i h i s p e c i f i č n o j t e ž i n i γ t e k u ć i n e.

Za vodu je $\gamma = 1000$ kp/m³, pa će tlak u dubini od hm biti

$$p = 1000 \cdot h \ [\text{kp/m}^2]$$

Da bismo dobili tlak u atmosferama, moramo desnu stranu podijeliti sa 10 000, jer

$$1 \text{ at ili kp/cm}^2 = 10\,000 \text{ kp/m}^2$$

$$p = \frac{1000}{10\,000} h$$

$$p = \frac{h}{10} \ [\text{kp/cm}^2] \text{ ili } [\text{at}]$$

Pri tom se dubina h uzima u metrima.

Tlak u atmosferama ili u kp/cm² jednak je $\frac{1}{10}$ visine stupca vode izražena u metrima. U dubini od 1 m vlada u vodi tlak od 0,1 at, od 10 m 1 at, od 20 m 2 at, od 100 m 10 at itd. U tehnici se tlak često izražava stupcem tekućine, naročito stupcem vode (*s. v.*) i stupcem žive (*s. ž.*); na primjer, govori se, tlak koji odgovara stupcu tekućine ili vode, odnosno tlak stupca tekućine, žive ili vode. Stupac tekućine u hidraulici mjeri se metrima, dok se u tehnici mjeri, prema veličini tlaka, milimetrima, centimetrima ili metrima.

Iz jednadžbe $p = \gamma h$ proizlazi da je na svim mjestima jednake dubine tlak iste veličine. Površina koju zamišljamo da prolazi kroz točke jednakog tlaka zove se *ekvipotencijalna površina ili nivo-površina.* Razina vode također je nivo-površina, i to površina na kojoj je tlak tekućine jednak nuli.

Visina tekućine h stupca koji proizvodi tlak p zove se *visina tlaka* ili *pijezometarska* visina,* i ona je jednaka

$$k = \frac{p}{\gamma} \ [\text{m}]$$

PRIMJERI: 1. Koliki stupac žive odgovara tlaku od 1 atmosfere?

R j e š e n j e: U jednadžbu

$$h = \frac{p}{\gamma}$$

* Grč. *piezo* = pritiskujem.

uvrstit ćemo za $\gamma = 13\,600$ kp/m³:

$$h = \frac{10\,000}{13\,600}\,\text{m} = 0{,}7356\,\text{m} = 735{,}6\,mm$$

Jednoj atmosferi (tehničkoj) odgovara stupac žive od 735,6 mm.

2. Koliki tlak, izražen u atmosferama, odgovara tlaku od 175 cm stupca vode?

R j e š e n j e:

$$p = \frac{h}{10}\,\text{at}$$

$$p = \frac{0{,}15}{10}\,\text{at} = 0{,}015\,\text{at}$$

3. Koliki je tlak, izražen atmosferama, ako stupac žive (s. ž.) iznosi 240 mm?

R j e š e n j e:

$$p = \gamma\,h$$

$$p = 13\,600 \cdot 0{,}24\,\frac{\text{kp}}{\text{m}^2}\,3260\,\text{kp/m}^2 \text{ ili}$$

$$p = \frac{3260}{10\,000}\,\frac{\text{kp}}{\text{cm}^2} = 0{,}326\,\text{kp/cm}^2 \text{ ili at}$$

Zadatak možemo izračunati i pomoću razmjera, jer znamo da je 1 at = = 735 mm s. ž.:

$$p : 1\,\text{at} = 240\,\text{mm} : 735\,\text{mm}$$

$$p = \frac{240}{735}\,\text{at} = 0{,}326\,\text{at}$$

7. VANJSKI TLAK

Ako na površinu tekućine djeluje tlak p_0 (sl. 26), onda se on po Pascalovu principu rasprostire kroz cijelu tekućinu, tako da u dubini h vlada tlak

$$p = p_0 + \gamma\,h$$

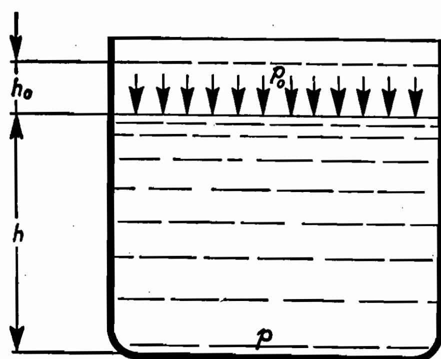
Taj tlak ima isti učinak kao da se na površini tekućine nalazi još stupac iste tekućine visine h_0; pri tom je

$$h_0 = \frac{p_0}{\gamma}$$

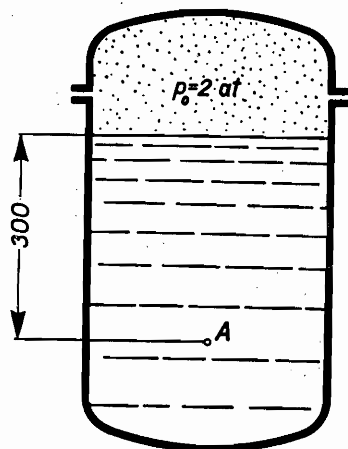
Ukupna visina pritiska u dubini h iznosi

$$H = h + h_0 = h + \frac{p_0}{\gamma} \ .$$

PRIMJER: U zatvorenoj posudi nalazi se živa (sl. 27). Koliki je tlak u točki A koja se nalazi 300 mm ispod površine žive ako je u prostoru iznad žive zrak pod tlakom od 2 at?



Sl. 26.



Sl. 27.

R j e š e n j e : Tlak u točki A bit će

$$p = p_o + \gamma h$$

Ako uzmemo tlak u kp/m², specifičnu težinu u kp/m³ i visinu u m, bit će

$$\text{p} = 20\,000 \cdot 13\,600 \cdot 0{,}3 = 24\,080 \ \text{kp/m}^2 = 2{,}408 \ \text{at}$$

Ukupna visina tlaka u dubini h jest

$$H = h + \frac{p_0}{\gamma} \ [\text{m}]$$

$$H = 0{,}3 \ \text{m} + \frac{20\,000}{13\,600} \ \text{m} = 1{,}78 \ \text{m}$$

To znači da u točki A vlada tlak kao da se iznad te točke nalazi stupac žive visine 1,78 m. Stvarno postoji samo stupac od 0,3 m, dok zamišljeni stupac 1,48 m odgovara tlaku od 2 at.

Na površinu otvorenih posuda tlači vanjska atmosfera. Atmosferski se tlak mjeri barometrom. Kod živinog se barometra uspoređuje atmosferski tlak sa stupcem žive. Srednjem atmosferskom tlaku na morskoj površini odgovara visina stupca žive od 760 mm. Taj se tlak zove i fizikalna atmosfera. Srednji atmosferski tlak (ili fizikalna atmosfera) jednak je

$$p_o = \gamma h = 13\,600 \cdot 0{,}760 = 10\,330 \text{ kp/m}^2 = 1{,}033 \text{ at}$$

Fizikalna je atmosfera za 3,3% veća od tehničke atmosfere. U tehnici se uvijek računa s tehničkom atmosferom.

Za atmosferski se tlak uzima prilikom približnog računanja i prilikom računanja s velikim tlakovima da je jednak jednoj tehničkoj atmosferi, jer se time računanje znatno pojednostavnjuje.

Neka bude na nekom mjestu u posudi tlak p koji je veći od vanjskog atmosferskog tlaka p_o. Razlika između tlaka u posudi i atmosferskog tlaka zove se pretlak. Ako označimo pretlak sa p_p, bit će

$$p_p = p - p_o$$

Tlak p u posudi je apsolutni tlak, tj. tlak mjeren od apsolutnog zrakopraznog prostora, od apsolutnog nul-tlaka. On je određen jednadžbom

$$p = p_p + p_o$$

Apsolutni tlak izražen u atmosferama označuje se oznakom *ata*, a pretlak oznakom *atp*.

Kod otvorenih posuda djeluje na površinu tekućine atmosferski tlak p_o. U dubini h vladat će pretlak

$$p_p = p - p_o$$

Budući da je tlak p u dubini h zbog djelovanja atmosferskog tlaka p_o na površinu tekućine, prema jednadžbi $p = \gamma h$, jednak

$$p = p_o + \gamma h$$

možemo ovu vrijednost za p uvrstiti u jednadžbu $p_p = p - p_o$, pa ćemo dobiti, da je pretlak

$$p_p = p_o + \gamma h - p_o = \gamma h$$

Pretlak kod otvorenih posuda ovisi samo o težini stupca tekućine.

Ako je, pak, pritisak u posudi p manji od vanjskog atmosferskog tlaka p_o, onda se razlika tih tlakova zove potlak.
Potlak je

$$p_{po} = p_o - p$$

Uz poznati potlak i atmosferski tlak, bit će apsolutni tlak

$$p = p_o - p_{po}$$

U hidraulici se računa kad se radi o otvorenim posudama, o otvorenim vodotocima i o svim slučajevima gdje je slobodna površina tekućine u doticaju sa slobodnom atmosferom, kao da nema atmosferskog tlaka. Tlak u svim tim računanjima stvarno je pretlak, odnosno, ako je negativan, potlak. Naprotiv, u slučajevima kada na površinu tekućine djeluje tlak veći ili manji od atmosferskog tlaka mora se uvijek uzimati vanjski tlak u obzir i računati s apsolutnim tlakom. Radi jednostavnijeg računanja preporučuje se da se tlak na tekućinu zamijeni stupcem tekućine (vidi primjer na str. 29).

PRIMJERI: 1. Voda je u kotlu pod tlakom od 12 atp. Koliki je apsolutni tlak?

Rješenje:

$$p = p_p + p_o$$

$$p = 12 \text{ ata} + 1 \text{ ata} = 13 \text{ ata}$$

2. U nekoj posudi vlada potlak od 0,24 at, dok atmosferski tlak iznosi $p_o = 765$ mm s. ž. Koliki je apsolutni tlak?

Rješenje: Prije svega, moramo atmosferski tlak izraziti u atmosferama:

$$p_o = 0{,}765 \cdot 13\,600 = 11\,800 \text{ kg/m}^2 = 1{,}18 \text{ ata}$$

Potlak od 0,24 at znači da je tlak u posudi za 0,24 at manji od atmosferskog tlaka; dakle:

$$p = p_o - p_{po}$$

$$p = 1{,}18 \text{ ata} - 0{,}24 \text{ at} = 0{,}94 \text{ ata}$$

8. SPOJENE POSUDE

Dvije posude A i B (sl. 28) spojene s cijevi C zovu se *spojene posude*. Posude su napunjene tekućinom koja miruje. Neka na površine u objema posudama djeluje tlak p_o. Zamislimo u cijevi točku D. Tlak u toj točki prouzrokovan stupcem tekućine u posudi A bit će

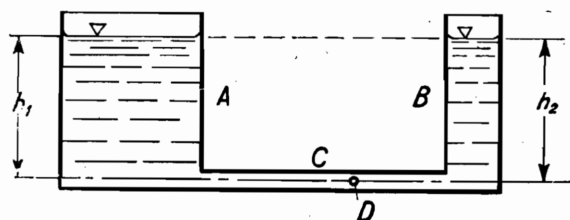
$$p_1 = p_o + \gamma h_1$$

U istoj točki vladat će spec. tlak od tekućine u posudi B

$$p_2 = p_o + \gamma h_2$$

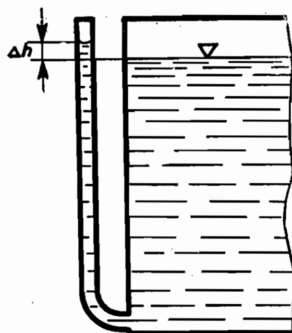
Budući da tekućina miruje, to je $p_1 = p_2$. Iz toga proizlazi da je $h_1 = h_2$.

U spojenim posudama stoje razine tekućina u objema posudama pri jednakom vanjskom tlaku jednako visoko.



Sl. 28.

Vodokazno staklo kod parnih kotlova i spremišta za tekućine osniva se na zakonu spojenih posuda. Međutim, ako je presjek jedne posude (najčešće je to staklena cijev) malen, razina se u toj cijevi zbog kapilarnosti ne podudara s razinom u drugoj, široj posudi. Kod vode (tekućina koja kvasi cijev) bit će razina u cijevi nešto viša, kod žive, naprotiv, nešto niža nego u širokoj posudi. Međutim, ako je promjer mjerne staklene cijevi dovoljno velik, razlika u visinama razina postaje malena, pa se može praktički zanemariti (vidi str. 2).



Sl. 29.

PRIMJER: Vodostaj u rezervoaru mjeri se staklenom cijevi (sl. 29). Za koliko će razina u mjernoj cijevi biti viša od razine u rezervoaru ako je promjer cijevi 8 mm?

Rješenje: Visina dizanja u mjernoj cijevi bit će za vodu (vidi str. 2)

$$\Delta h = \frac{30}{d} \text{mm} = \frac{30}{8} \text{mm} \approx 3{,}8 \text{ mm}$$

9. TLAK NA DNO

Kako je u poglavlju 6. izvedeno, tlak u tekućini vlastite težine, tj. hidrostatski tlak ovisi samo o specifičnoj težini tekućine i o visini stupca tekućine iznad mjesta na kojem se određuje tlak. Na osnovi toga odredit ćemo tlak na dnu posude posebnog oblika (sl. 30). U posudi se nalazi teku-

ćina specifične težine γ. Uži dio posude ima presjek f_1, a širi f_2. U točki A vladat će tlak koji odgovara visini stupca tekućine iznad te točke:

$$p_1 = \gamma h_1$$

Taj se tlak širi na sve strane, pa će u točki B, koja je na jednakoj visini kao i točka A vladati isti tlak p_1. Prema tome, u točki B bit će tlak kao da se iznad te točke nalazi stupac tekućine visine h_1. Ako pođemo od točke B do točke C, porast će tlak za iznos koji odgovara visini stupca h_2, pa će tlak u točki C biti

$$p_2 = p_1 + \gamma h_2$$

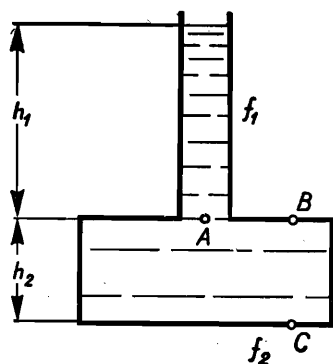
ili, ako uvrstimo za p_1 prije izračunatu vrijednost:

$$P_2 = \gamma h_1 + \gamma h_2 = \gamma (h_1 + h_2)$$

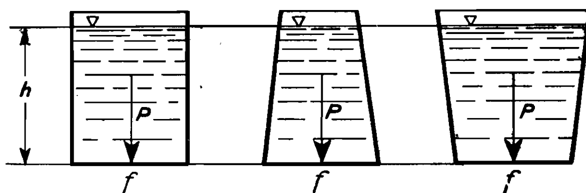
Taj će tlak vladati na svakom mjestu dna posude. Sila kojom će tekućina tlačiti dno posude bit će

$$P = f_2 \gamma (h_1 + h_2)$$

Tlak kojim tekućina djeluje na dno posude ne ovisi o obliku posude, već jedino o specifičnoj težini tekućine i o vertikalnoj udaljenosti do razine tekućine, odnosno do produžene linije razine.



Sl. 30.



Sl. 31.

Na sl. 31. prikazane su tri posude različitog oblika, ali s jednakom površinom dna. Posude su napunjene do jednake visine jednakim tekućinama. Specifični tlak i ukupna sila kojom tekućina djeluje na dno u sve su tri posude jednaki:

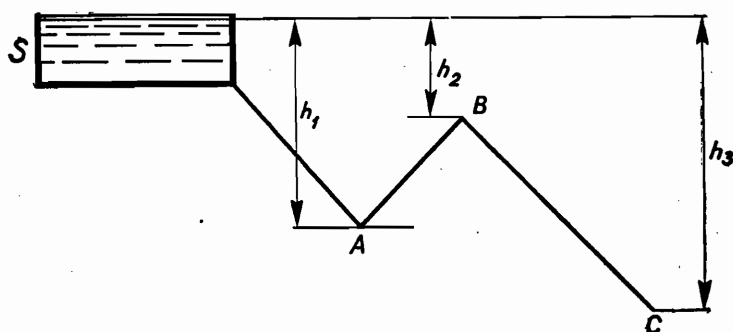
$$p = \gamma h \qquad \text{i} \qquad P = \gamma h f$$

Tlak na dno ne ovisi o obliku posude, već samo o veličini površine dna, udaljenosti dna do razine tekućine i o spec. težini tekućine.

Da sila kojom tekućina djeluje na dno ne ovisi o obliku posude i da različito velike količine tekućine mogu činiti isti tlak na dno to izgleda u prvi mah neočekivano (hidrostatski paradoks!).

PRIMJER: Tlak u cjevovodu. Na spremište S vode (sl. 32) ukopčan je cjevovod. Koliki će biti tlak vode u točkama A, B i C koje su 30 m, 10 m i 40 m ispod razine vode u spremištu?

Pretpostavlja se da je cijev u točki C zatvorena i da voda ne teče kroz cijev. Tlak će na svakom mjestu cjevovoda odgovarati stupcu vode iznad tog mjesta.



Sl. 32.

Rješenje:

Točka A $p_1 = \gamma h_1 = 1\,000 \cdot 30\ \text{kp/m}^2 = 30\,000\ \text{kp/m}^2$ ili 3 at

Točka B $p_2 = \gamma h_2 = 1\,000 \cdot 10\ \text{kp/m}^2 = 10\,000\ \text{kp/m}^2$ ili 1 at

Točka C $p_3 = \gamma h_3 = 1\,000 \cdot 40\ \text{kp/m}^2 = 40\,000\ \text{kp/m}^2$ ili 4 at

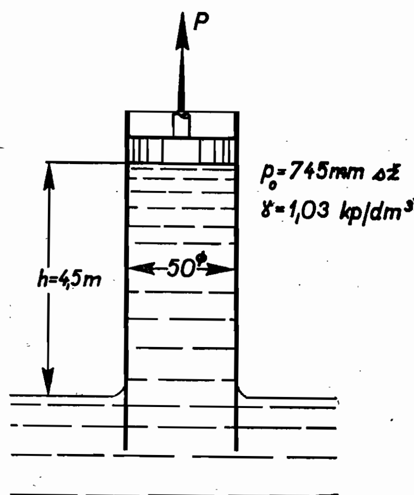
ZADACI

1. Kroz rupice u dnu Bessemerove kruške puše se zrak koji prolazi kroz rastaljeno željezo. Koliki mora biti tlak zraka da rastaljeno željezo ne bi ušlo u rupice? Specifična je težina rastaljenog željeza $\gamma = 7{,}85$ kp/dm³, a visina sloja 0,7 m.

2. U plinovodu je rasvjetni plin pod pretlakom od 40 mm s. v. Treba izračunati:
   a) koliki je pretlak i apsolutni tlak izražen u tehničkim atmosferama;
   b) koliki je pretlak i apsolutni tlak izražen u stupcu žive.

3. U nekom spremištu vlada iznad tekućine potlak $p_p = 0{,}24$ at. Visina je stupca tekućine $h = 1{,}4$ m. Specifična je težina tekućine $\gamma = 1{,}3$ kp/dm³. Koliki je tlak na dno izražen kao apsolutni tlak i kao pretlak ili potlak?

4. Stap u cijevi (sl. 33) podigao je moršku vodu ($\gamma = 1{,}03$ kp/dm³) na visinu $h = 4{,}5$ m. Ako je atmosferski tlak $p_0 = 745$ mm s. ž., koliki je tlak vode neposredno ispod samog stapa, i kolika je sila P potrebna za dizanje stapa? Promjer stapa iznosi 50 mm. Trenje stapa pri pomicanju u cijevi može se zanemariti. (Napomena: visina je h negativna jer se nalazi iznad slobodne površine tekućine).



Sl. 33.

10. MJERENJE TLAKA METALNIM MANOMETRIMA

U tehnici se za mjerenje tlaka upotrebljavaju najčešće metalni manometri*, koji djeluju na principu promjene oblika metalne cijevi ili ploče.

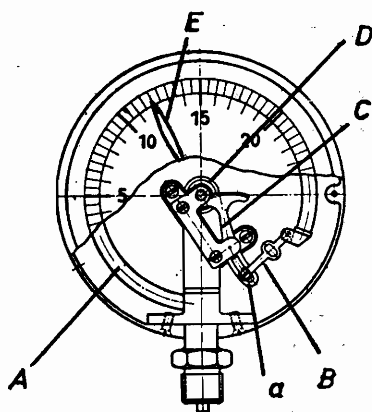
a) Manometar s Bourdonovom cijevi

Glavni dio toga manometra (sl. 34) jest kružno savijena cijev ovalnoga presjeka A. Cijev je za tlakove do 50 at od mjedi ili bronze, a za veće tlakove od čelika. Jedan je kraj cijevi nepomičan, i na tom kraju nalazi se priključak za mjerenje tlaka, dok je drugi kraj cijevi zatvoren i može se slobodno pomicati. Pod djelovanjem tlaka nastoji se ovalni presjek cijevi pretvoriti u kružni, i zbog toga se cijev ispravlja. Slobodni se kraj cijevi pri tom pomiče i preko mehanizma, koji se sastoji od motke B, dvokrake poluge s ozubljenjem C i zupčanika D, pokreće kazaljku E. Kazaljka na skali pokazuje tlak u odabranim jedinicama. Da bi se izbjegao prazan hod kazaljke zbog zračnosti između zubaca, nalazi se

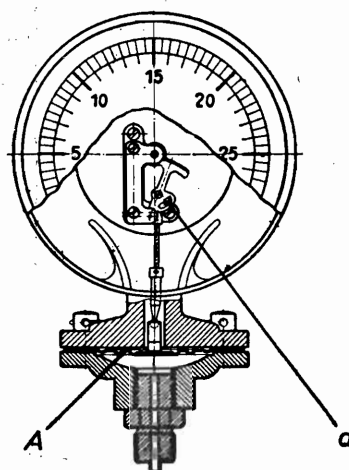
* Manometar od *grč. manós* = rijedak.

na osovini kazaljke maleno spiralno pero koje tu osovinu nastoji zaokrenuti na jednu stranu. Prilikom baždarenja regulira se manometar pomicanjem zgloba *a*.

Ovakvi se manometri grade za tlakove od 0,5 pa do više tisuća atp.



Sl. 34.



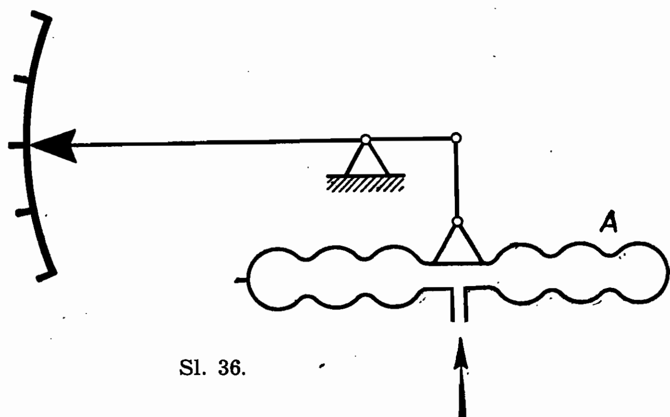
Sl. 35.

b) Membranski manometar

Membranski manometar (sl. 35) sastoji se od čelične valovite membrane *A* koja je stegnuta između dvije prirubnice. Pod utjecajem tlaka membrana se savije. Progib je mjerilo za tlak, i on se prenosi preko mehanizma na kazaljku. Kod ovog sustava postoji također mogućnost da se manometar pomicanjem zgloba *a* regulira. Manometri s membranom grade se za tlakove od 0,5 do 10 atp. Ovakvi manometri nisu toliko osjetljivi na udarce i trešnju kao manometri s Bourdonovom cijevi.

c) Manometar s dozom

Manometar s dozom (sl. 36) upotrebljava se za mjerenje sasvim malenih pritisaka. Doza *A* načinjena je od tankog valovitog čeličnog lima. Posuda u kojoj se određuje tlak ili potlak spoji se s dozom. Doza se zbog razlike tlakova u njoj i izvan nje izboči, odnosno ulekne. Ta se promjena prenese na kazaljku.

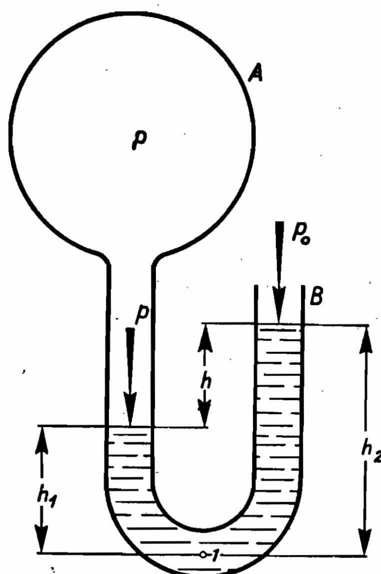


Sl. 36.

11. MJERENJE TLAKA STUPCEM TEKUĆINE

a) Općenito

U posudi *A* (sl. 37) nalazi se plin pod tlakom p. S posudom je spojena staklena cijev *B*, svinuta u obliku slova U. Cijev je djelomično napunjena nekom tekućinom spec. težine γ. U lijevom kraku cijevi djeluje na površinu tekućine tlak plina p, a u desnom kraku atmosferski tlak p_0. Budući da je stupac u lijevom kraku cijevi manji od stupca u desnom kraku, možemo zaključiti da je tlak plina p veći od atmosferskog tlaka, a to znači da u posudi *A* vlada pretlak.



Sl. 37.

Na mjestu cijevi u točki *1* potjecat će tlak p_1 u tekućini od lijevog stupca tekućine h_1 i tlaka plina p:

$$p_1 = p + \gamma h_1$$

Na istom mjestu bit će tlak p_2 od desnog stupca tekućine h_2 i atmosferskog tlaka p_0

$$p_2 = p_o + \gamma h_2$$

Budući da se tekućina ne giba, znači da je u ravnoteži i da su tlakovi p_1 i p_2 međusobno jednaki:

$$p_1 = p_2$$

ili:

$$p + \gamma h_1 = p_o + \gamma h_2$$

i odavde je

$$p = p_o + \gamma h_2 - \gamma h_1$$

ili:

$$p = p_o + \gamma (h_2 - h_1)$$

a jer je

$$h_2 - h_1 = h$$

bit će konačno

$$p = p_o + \gamma h$$

i

$$p - p_o = \gamma h \qquad (\gamma \text{ u kp/m}^3, h \text{ u m})$$

Kako je $p - p_o$, što otprije znamo, pretlak, posljednji se izraz može ovako izreći:

Pretlak u posudi dobije se ako se visina stupca h pomnoži sa specifičnom težinom tekućine γ.

Možemo **zamisliti da je svaki** tlak proizveden stupcem tekućine, pa nam taj stupac **služi kao mjerilo** tlaka.

Visina tlaka ***h*** jest **ona visina stupca** tekućine koja na dnu proizvede tlak p.

Pri spec. težini tekućine γ bit će visina tlaka

$$h = \frac{p}{\gamma}$$

Najčešće se tlak mjeri stupcem vode ili žive, ali, može se mjeriti stupcem bilo koje tekućine.

U slučaju da se u cijevi nalazi voda (γ = 1000 kp/m³), bit će

$$p - p_o = 1000\ h \text{ kp/m}^2$$

ili u atmosferama:

$$p - p_0 = \frac{1000}{10\,000} h \text{ [kp/cm}^2] = \frac{h}{10} \text{ [kp/cm}^2 \text{ ili at]} \qquad (h \text{ u m})$$

Pretlaku od 1 at odgovara stupac vode od 10 m.

Ako je cijev napunjena živom (γ = 13 600 kp/m³), glasi jednadžba:

$$p - p_o = \gamma h$$

$$p - p_o = 13\,600 \cdot h \text{ [kp/m}^2] \qquad (h \text{ u m})$$

ili u atmosferama:

$$p - p_0 = \frac{13\,600}{10\,000} h \left[\frac{kp}{cm^2}\right] = 1{,}36\,h\,[kp/cm^2 \text{ ili at}] \qquad (h \text{ opet u m})$$

Pretlaku od 1 at odgovarat će stupac žive

$$1 = 1{,}36\ h$$

$$h = \frac{1}{1{,}36}\ m = 0{,}7356\ m = 735{,}6\ mm$$

Ako je tlak p u posudi A manji od atmosferskog (sl. 38), tj. ako u posudi vlada potlak ili vakuum, bit će u cijevi B stupac tekućine u lijevom kraku viši negoli u desnom.

U točki *1* tlak je s lijeve strane:

$$p_1 = p + \gamma\, h_1$$

i s desne strane

$$p_2 = p_o + \gamma h_2$$

Budući da je tekućina u ravnoteži (miruje), bit će

$$p_1 = p_2$$

i stoga

$$p + \gamma\, h_1 = p_o + \gamma\, h_2$$

Odavde je tlak

$$p = p_o + \gamma\, h_2 - \gamma\, h_1$$

ili:

$$p = p_o + \gamma\, (h_2 - h_1)$$

i potlak

$$p_o - p = -\gamma\, (h_2 - h_1)$$

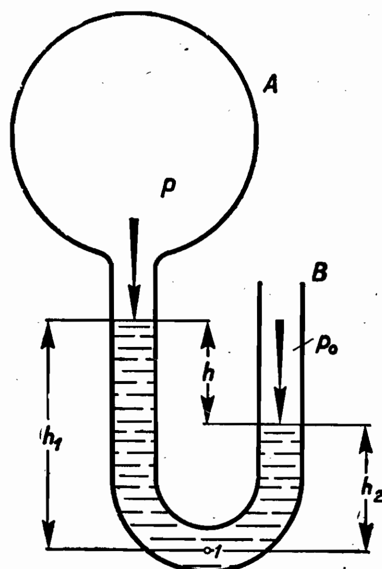
ili:

$$p_o - p = \gamma\, (h_1 - h_2)$$

a jer je

$$h_1 - h_2 = h$$

$$p_o - p = \gamma\, h\ [kp/m^2] \qquad (\gamma \text{ u } kp/m^2,\ h \text{ u m})$$



Sl. 38.

Ovdje se visinom stupca tekućine mjeri potlak ili vakuum.

U slučaju da je cijev napunjena vodom bit će opet

$$p_0 - p = \frac{h}{10}\ [kp/cm^2 \text{ ili at}]$$

a ako je napunjena živom:

$$p_0 - p = 1{,}36\, h \text{ kp/cm}^2 \text{ ili at} \qquad (h \text{ u m})$$

U tehnici se vrlo često mjere tlakovi stupcem tekućine. Takvi manometri različitog oblika upotrebljavaju se za mjerenje potlaka i manjih pretlaka. Kao tekućina kojom se pune služi najčešće voda i živa, ali katkada i petrolej, toluol, glicerin. Stoga se pored jedinica za mjerenje tlaka: kp/m^2 i kp/cm^2 ili at, upotrebljavaju jedinice: m vodenog stupca (m v. s.) i cm v. s., pa mm živinog stupca (mm ž. s.) Međusobni odnos različitih jedinica za mjerenje tlaka izgleda ovako:

1 tehnička atmosfera (1 at = 1 kp/cm^2) = 10 000 kp/m^2 = 10 m v. s.
= 10 000 mm v. s. = 736 mm ž. s. (kod 0° C)

$$1 \text{ mm v. s.} = 1 \text{ kp/m}^2 = \frac{1}{10\,000} \text{ kp/cm}^2 \text{ (at)} = \frac{1}{13{,}6} \text{ ili}$$

0,0736 mm ž. s. (kod 0° C)

1 mm ž. s. (kod 0° C) = 13,6 mm v. s. = 13,6 kp/m^2 = 0,00136 kp/cm^2 (at)
1 fizikalna atmosfera = 760 mm ž. s. = 10 330 kp/m^2 = 1,03 kp/cm^2 (at)

b) Barometar

Barometar služi za mjerenje atmosferskog tlaka. Cijev koja je na jednom kraju zatvorena i napunjena nekom tekućinom uronjena je u posudu s istom tekućinom (sl. 39). Ako je cijev dovoljno duga, razina se spusti i prostor iznad razine napuni parom tekućine tlaka koji odgovara temperaturi tekućine. Tlak pare ako je cijev napunjena živom toliko je malen da se može zanemariti i smatrati da je prostor iznad razine tekućine zrakoprazan. Tlak na razini tekućine u točki *1* jest

$$p = p_o - \gamma h$$

Tu je $p = 0$, pa je

$$p = 0 = p_o - \gamma h$$

Uzima se da je visina h negativna, jer se mjeri od površine tekućine prema gore, dakle, u negativnom smjeru.

Tlak p manji je od atmosferskog tlaka, i to za iznos koji odgovara težini stupca tekućine γh.

$$p_o = \gamma h_o$$

i visina stupca

$$h_0 = \frac{p_0}{\gamma}$$

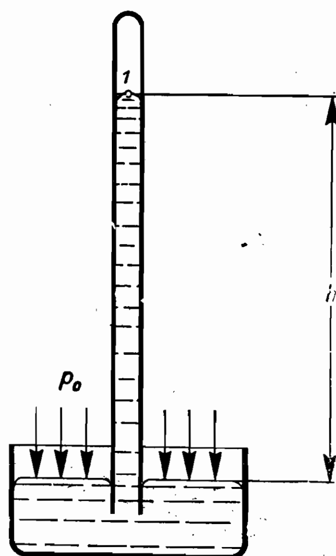
Ako na slobodnu površinu tekućine djeluje atmosferski tlak $p_0 = 10\,000$ kp/m² i ako je cijev napunjena vodom, bit će visina stupca vode, uz pretpostavku da je prostor iznad vode u cijevi zrakoprazan (što se stvarno ne da provesti),

$$h_0 = \frac{p_0}{\gamma}$$

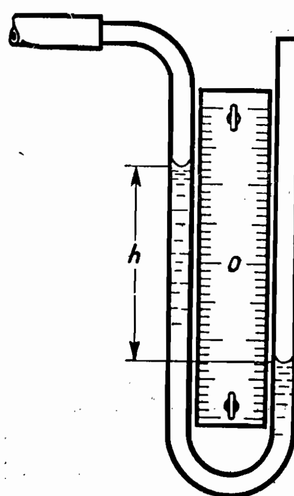
$$h_0 = \frac{10\,330}{1000} = 10{,}33\,\mathrm{m}$$

Ako je, pak, cijev napunjena živom $\gamma = 13\,000$ kp/m², bit će visina stupca kod istog atmosferskog tlaka

$$h_0 = \frac{10\,330}{13600} = 0{,}760\,\mathrm{m}$$



Sl. 39.



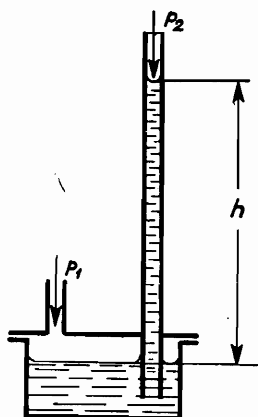
Sl. 40.

Barometar punjen živom u različitim tehničkim izvedbama služi za mjerenje atmosferskog tlaka, dok se u tehnici upotrebljava, osim toga i za mjerenje potlaka.

c) U-cijev

Na sl. 40. prikazana je najobičnija izvedba manometra s tekućinom. Lijevi krak cijevi spoji se gumenom cijevi s mjestom na kojem se hoće izmjeriti tlak. Između krakova nalazi se pločica s podjelom u milimetrima. Pločica se može u vertikalnom smjeru pomicati i tako nulta točka dovesti

na visinu razina tekućina dok manometar ne radi. Prilikom rada manometra treba očitati na skali udaljenosti razina gornjeg i donjeg stupca od nule i obje vrijednosti (one su jednake) zbrojiti.

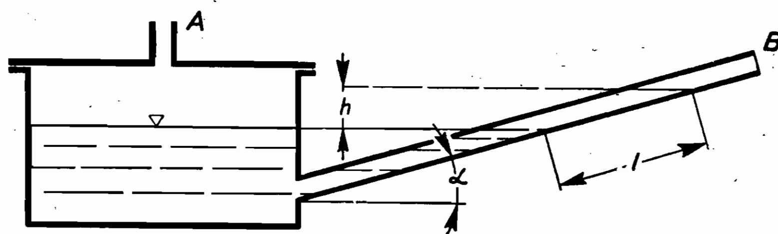


Sl. 41.

Kod tehničke izvedbe takva manometra zamjenjuje se često jedan krak U-cijevi lončićem (sl. 41).

Za mjerenje sasvim malenih tlakova upotrebljava se mikromanometar sa stupcem tekućine kakav je shematski prikazan na sl. 42. Desni, mjerni krak koso je položen, dok je lijevi krak izveden kao posuda većeg promjera. Razlika je u presjecima krakova tolika da se praktički može smatrati kako se razina u lijevom kraku prilikom promjene tlaka ne mijenja. Nul-točka stoga je stalna, i skalu s podjelom ne treba pomicati. Ako se hoće mjeriti potlak, priključi se gumena cijev kod *B*, a otvor *A* ostavi se otvoren. Prilikom mjerenja pretlaka priključi se gumena cijev na *A*, a otvor *B* ostavi se otvoren. Ako instrument treba da posluži kao diferencijalni manometar, tj. ako se hoće mjeriti razlika u tlaku između dva mjesta, otvor *A* priključi se na mjesto većeg, a otvor *B* na mjesto manjeg tlaka.

Prednost je ovog manometra u tome što je pomak stupca tekućine i za malene razlike u tlaku velik.



Sl. 42.

Uzmimo da je tlak toliki da je h razlika u visini stupca. Pri tome se stupac pomakao za dužinu l. Količina tekućine koja je pri tom ušla iz lijevog kraka u desni toliko je malena da se razina u lijevom kraku praktički nije spustila. Ako je α kut pod kojim je nagnut desni krak, bit će

$$\frac{h}{l} = \sin \alpha$$

i

$$l = \frac{h}{\sin \alpha}$$

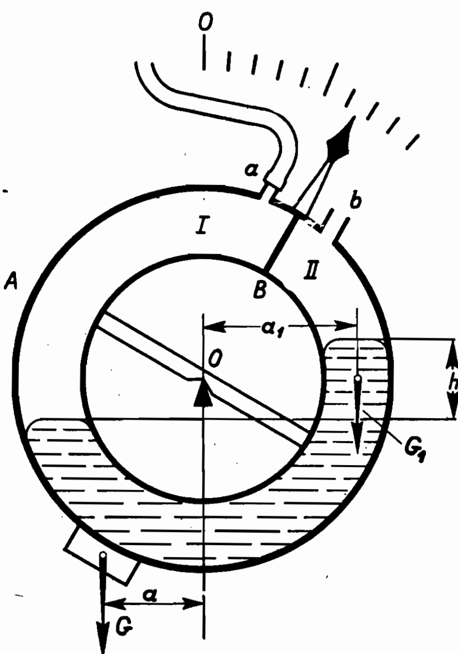
Uz $\alpha = 6^0$ $\sin \alpha = 0{,}10$, pa je

$$l = \frac{h}{0{,}1} = 10\,h$$

To znači da se stupac tekućine pomiče za 10 mm ako je razlika u tlaku tolika da odgovara visini stupca tekućine od 1 mm.

d) Prstenasti manometar

Stakleni ili metalni prsten *A* podijeljen je pregradom *B* u dva dijela, *I* i *II*, i može se okretati oko okretišta *O* (sl. 43). Donji dio prstena napunjen je tekućinom, obično živom. Dijelovi *I* i *II* imaju priključke *a* i *b* na koje se može nataknuti tanka gumena cijev. Na donjem dijelu prstena nalazi se uteg *G*. Dok su tlakovi u dijelovima *I* i *II* jednaki, razina je tekućine u oba kraka u istoj visini, uteg *G* zaokrene cijev tako da se nalazi u najnižem položaju, i kazaljka pokazuje nulu. Poraste li tlak u dijelu *I*, spustit će se razina tekućine u lijevom, a dignuti u desnom kraku. Ravnoteža je sada poremećena jer je u desnoj polovini prstena veća težina tekućine. Prsten će se zaokrenuti nadesno dok zakretni moment koji tvori uteg *G* s obzirom na okretište *O*, ne bude u ravnoteži sa zakretnim momentom koji je nastao od težine G_1 stupca tekućine visine *h*. Kazaljka pokazuje na skali razliku tlakova između dijelova *I* i *II*. Prstenasti manometar upotrebljava se za mjerenje potlaka i pretlaka, a najčešće kao diferencijalni manometar s uređajem za pisanje.



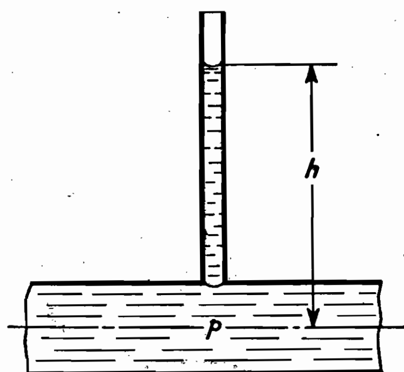
Sl. 43.

e) Pijezometar

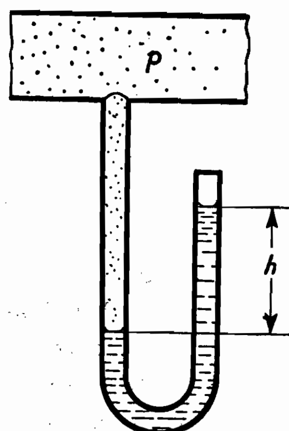
Tlak tekućina u cijevima može se mjeriti tako da se na horizontalnu cijev postavi vertikalna staklena cijev ili metalna cijev sa staklenim uloškom (sl. 44). Tekućina se popne u mjernoj cijevi na visinu *h* koja odgovara specifičnom tlaku u cijevi. Ako promjer cijevi nije razmjerno prevelik, tlak je u čitavom presjeku praktički konstantan, pa se *h* mjeri od osi cijevi. Ako je specifična težina tekućine u cijevi γ, bit će pretlak

$$p_p = h\,\gamma$$

Takva sprava zove se *pijezometar*, a visina tlaka *h pijezometarska visina.*



Sl. 44.



Sl. 45.

PRIMJERI: 1. Na cijev kroz koju se provodi uzduh pod tlakom prikopčana je mjerna U-cijev (sl. 45). Kod vanjskog atmosferskog tlaka od 742 mm s. ž. razlika je stupca vode u manometru 220 mm. Odredi koliki je u cijevi pretlak u kp/m², atp i mm s. ž., ata i m s. v.

R j e š e n j e : a) Pretlak. Stupac h = 220 mm s. v. pokazuje pretlak u cijevi

$$p = 220 \text{ kp/m}^2 = 0{,}0220 \text{ kp/cm}^2 \text{ pretlaka ili } 0{,}0220 \text{ atp}$$

$$p = \frac{220}{13{,}6} = 16{,}5 \text{ mm s. ž. pretlaka}$$

b) Apsolutni tlak

$$p + p_0 = 16{,}5 \text{ mm s. ž.} + 742 \text{ mm s. ž.} = 758{,}5 \text{ mm s. ž.}$$

$$758{,}5 \text{ mm s. ž.} = 758{,}5 \cdot 13{,}6 \text{ mm s. v.} \approx 10\,300 \text{ mm s. v.} = 10\,300 \text{ kp/m}^2 = $$
$$= 1{,}03 \text{ ata}$$

2. Na plinski rezervoar priključen je manometar u obliku U-cijevi punjen živom. Stupac žive pokazuje potlak od 124 mm, dok je vanjski barometarski tlak 736 mm. Koliki je potlak u at i mm s. v. pa apsolutni tlak u s. ž., s. v. i ata?

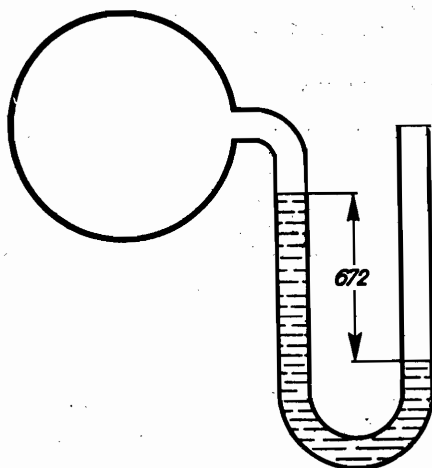
R j e š e n j e : a) Potlak. Stupac žive od 735,6 mm odgovara 1 at, pa će 124 mm s. ž. odgovarati

$$\frac{124}{735,6} \text{ at} = 0,169 \text{ at ili } 1690 \text{ mm s. v.}$$

b) Apsolutni tlak

$$p_{aps} = p_0 - p = 736 \text{ mm s. ž.} - 124 \text{ mm s. ž.} = 612 \text{ mm s. ž.}$$

$$612 \text{ mm s. ž.} = 612 \cdot 13,6 \text{ mm s. v.} \approx 8350 \text{ mm s. v.} = 8350 \text{ kp/m}^2 =$$
$$= 0,835 \text{ ata}$$



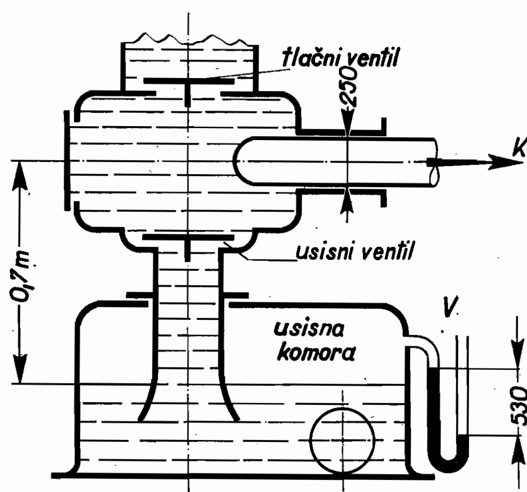
Sl. 46.

ZADACI

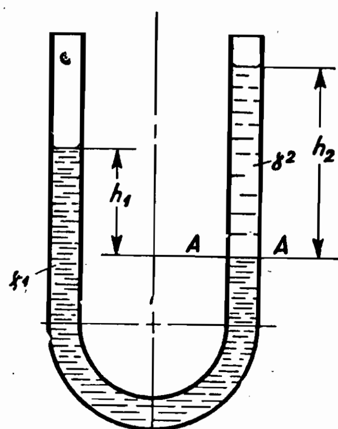
1. Cijevni manometar pokazuje pretlak od 420 mm s. ž. Vanjski je atmosferski tlak 764 mm s. ž. Koliki je pretlak izražen u atmosferama i koliki je apsolutni tlak?
2. U ložištu kotla pri običnom propuhu iznosi potlak 2,4 cm s. v. Koliki je potlak izražen u atmosferama?
3. Cijevni vakuum-metar pokazuje da je u kondenzatoru vakuum od 672 mm s. ž. (sl. 46). Vanjski je barometarski tlak 757 mm s. ž. Koliki je apsolutni tlak u kondenzatoru izražen u stupcu žive, u kp/m² i u ata?
4. Na uređaju za puhanje zraka u visoku peć vlada tlak od 456 mm s. ž. Koliki je pretlak u at i apsolutni tlak zraka ako je vanjski atmosferski tlak 760 mm s. ž.
5. Na sisnoj zračnoj komori sisaljke nalazi se cijevni manometar *V* (sl. 47). Manometar pokazuje potlak od 530 mm s. ž. Vanjski je atmosferski tlak 754 mm s. ž.

Koliki je apsolutni tlak u komori i kolika je sila potrebna za usisavanje vode ako je promjer klipa 250 mm, a središnjica klipa udaljena 0,7 mm od razine vode u komori?

6. Uljnim vakuum-sisaljkama može se danas postići zrakoprazan prostor u kojem vlada tlak od 0,00001 mm s. ž. Koliki je to tlak izražen u ata?
7. Kako se visoko može teglicom dizati tekućina specifične težine $\gamma = 0{,}82\ kp/dm^3$ ako je vanjski atmosferski tlak 746 mm s. ž.?
8. Na cijevnom mikromanometru (sl. 42) želimo očitati još tlak 0,5 mm s. v. tako da tom tlaku odgovara na skali 1 mm. Pod kojim kutom α mora biti nagnuta mjerna cijev?
9. Cijevni manometar napunjen je petrolejem ($\gamma = 0{,}8\ kp/dm^3$). Koliki tlak, izražen u stupcu vode i atmosferama, odgovara svakom cm stupca petroleja?



Sl. 47.



Sl. 48.

12. ODREĐIVANJE SPECIFIČNE TEŽINE TEKUĆINE POMOĆU STUPCA TEKUĆINE

U staklenoj cijevi svinutoj poput slova U (sl. 48) nalaze se dvije tekućine koje se međusobno ne miješaju, a različite su spec. težine: γ_1 i γ_2. U ravnini $A—A$ gdje se tekućine dodiruju bit će tlak s donje strane

$$p_1 = p_o + \gamma_1 h_1$$

i gornje strane:

$$p_2 = p_o + \gamma_2 h_2$$

a jer je $p_1 = p_2$ proizlazi:

$$p_o + \gamma_1 h_1 = p_o + \gamma_2 h_2$$

i odavde:

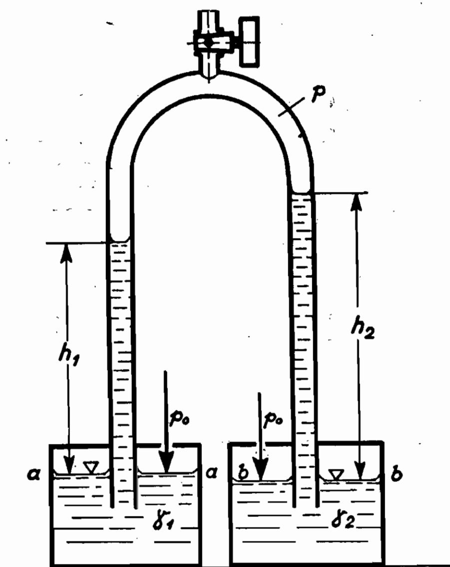
$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$$

U U-cijevi odnose se visine stupca dviju tekućina, mjerene iznad dodirne površine, obrnuto kao specifične težine tih tekućina.

Ako je specifična težina jedne tekućine poznata, npr. γ_1, bit će specifična težina druge tekućine

$$\gamma_2 = \gamma_1 \frac{h_1}{h_2}$$

Kod tekućina koje se miješaju upotrebljava se izvrnuta *U*-cijev (sl. 49). Iz krakova *U*-cijevi isiše se ponešto uzduh tako da se u krakovima popnu



Sl. 49.

tekućine do visine h_1, odnosno h_2. Neka bude tlak uzduha u prostoru iznad stupaca tekućine p. Tlak u razini a—a bit će

$$p_o = \gamma_1 h_1 + p$$

a u razini b—b:

$$p_o = \gamma_2 h_2 + p$$

Ako desne strane obiju jednadžbi izjednačimo, dobivamo:

$$\gamma_1 h_1 + p = \gamma_2 h_2 + p$$

ili:

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{h_2}{h_1}$$

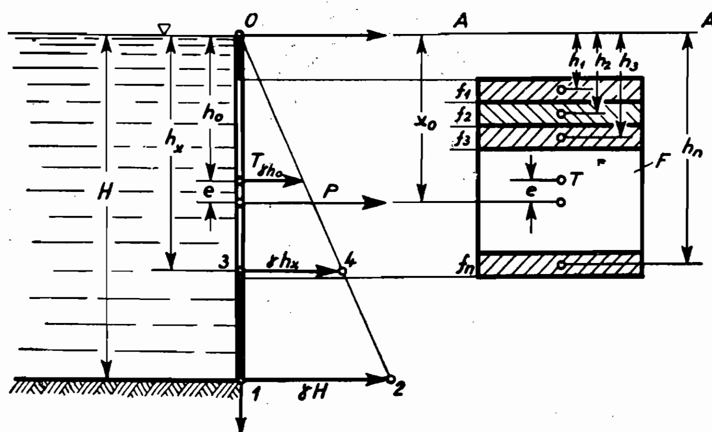
Ako poznajemo specifičnu težinu γ_1, bit će nepoznata specifična težina

$$\gamma_2 = \gamma_1 \frac{h_1}{h_2}$$

ZADACI

1. U staklenu cijev svinutu u obliku slova U ulili smo vodu i petrolej. Visina je stupca vode iznad površine dodira 30 cm, a petroleja 24 cm. Kolika je specifična težina petroleja?

2. Izvrnuta U-cijev upotrijebljena je za mjerenje specifične težine neke tekućine koja se miješa s vodom. Visina stupca vode iznosi 122 mm, a visina stupca mjerene tekućine 86 mm. Kolika je specifična težina te tekućine?



Sl. 50.

13. TLAK NA RAVNE STIJENKE

a) Vertikalna stijenka

U otvorenoj posudi nalazi se tekućina specifične težine γ (sl. 50). Poznato je iz poglavlja 6. da je specifični tlak u dubini h jednak (jednadžba na str. 26)

$$p = \gamma h$$

Specifični tlak raste linearno s dubinom. Na dnu posude bit će specifični tlak

$$p = \gamma H$$

Da bi se grafički prikazala promjena tlaka s promjenom dubine, nacrtan je koordinatni sustav (s desne strane posude na sl. 50). Na horizontalnu os

nanosi specifični tlak p, a na vertikalnu os dubina h. Primjećuje se da se nul-točka koordinatnog sustava nalazi u visini razine tekućine i da je vertikalna os usmjerena prema dolje.

Kako je na dnu posude tlak γH, nanesena je ta vrijednost kao dužina *1—2* u horizontalnom smjeru u visini dna. Na razini vode tlak je jednak nuli, i u dijagramu tome odgovara točka *O*. Budući da se specifični tlak mijenja linearno, spojene su točke 0 i *2* pravcem. Pravac 0—2 prikazuje kako se tlak mijenja s promjenom dubine h. U dubini h_x, bit će specifični tlak

$$p_x = \gamma\, h_x$$

Ta je vrijednost prikazana u dijagramu dužinom *3—4*.

Da bismo odredili kolika je ukupna sila kojom tekućina djeluje na dio bočne stijene površine F, postupit ćemo na ovaj način. Površinu F razdijelit ćemo po visini u sasvim uske horizontalne trake, kako je to prikazano na bokocrtu slike. Površine su tih traka f_1, f_2, $f_3 \ldots f_n$, a visina težišta pojedinih traka od površine tekućine h_1, h_2, $h_3 \ldots h_n$.

Na usku površinu f_1 djelovat će tekućina silom

$$P_1 = p_1 f_1 = \gamma h_1 f_1$$

na površinu f_2 silom

$$P_2 = p_2 f_2 = \gamma h_2 f_2$$

a na posljednju površinu f_n silom

$$P_n = p_n f_n = \gamma\, h_n f_n$$

Zbroj svih tih sila dat će ukupnu silu kojom tekućina tlači na bočnu stijenku:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_n$$
$$P = \gamma h_1 f_1 + \gamma h_2 f_2 + \gamma h_3 f_3 + \ldots + \gamma h_n f_n$$
$$P = \gamma\,(h_1 f_1 + h_2 f_2 + h_3 f_3 + \ldots + h_n f_n)$$

Zbroj umnožaka unutar zagrada jest zbroj statičkih momenata pojedinih površina s obzirom na pravac *A—A* koji leži u visini razine tekućine. Zboj statičkih momenata pojedinih površina

$$f_1 h_1 + f_2 h_2 + f_3 h_3 + \ldots + f_n h_n$$

može se zamijeniti, kako je poznato iz mehanike, umnoškom ukupne površine F i udaljenosti težišta h_0 površine do pravca *A—A* dakle:

$$f_1 h_1 + f_2 h_2 + f_3 h_3 + \ldots + f_n h_n = F \cdot h_o$$

pa je sila kojom tekućina djeluje na bočnu površinu F određena izrazom

$$P = \gamma\, F h_o \,[\text{kp}] \qquad (\gamma \text{ u kp/m}^3, \quad F \text{ u m}^2, \quad h_o \text{ u m})$$

Sila na ravnu vertikalnu bočnu stijenku jednaka je umnošku hidrostatskog specifičnog tlaka u težištu površine i tlačene površine.
Na osnovi ovoga što je izloženo određena je samo veličina rezultante P.

Hvatište rezultante mora se zasebno odrediti.

Svaka od sila $P_1, P_2, P_3 \dots P_n$ daje s obzirom na površinu tekućine ili pravca A—A moment:

$$M_1 = P_1 \cdot h_1 = \gamma h_1 f_1 h_1 = \gamma f_1 h_1^2$$
$$M_2 = P_2 \cdot h_2 = \gamma h_2 f_2 h_2 = \gamma f_2 h_2^2$$
$$\dots\dots\dots\dots$$
$$M_n = P_n h_n = \gamma f_n h_n^2$$

Zbroj svih tih momenata jednak je momentu rezultante.

Neka rezultanta P bude udaljena za x_0 od pravca A—A, pa je moment rezultante

$$Px_o = M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n$$
$$Px_o = \gamma f_1 h_1^2 + \gamma f_2 h_2^2 + \gamma f_3 h_3^2 + \dots + \gamma f_n h_n^2$$
$$Px_o = \gamma (f_1 h_1^2 + f_2 h_2^2 + f_3 h_3^2 + \dots + f_n h_n^2)$$

a jer je otprije

$$P = \gamma F h_o$$

bit će $$\gamma F h_o \chi_o = \gamma (f_1 h_1^2 + f_2 h_2^2 + f_3 h_3^2 + \dots + f_n h_n^2)$$

i udaljenost rezultante od razine vode

$$x_0 = \frac{f_1 h_1^2 + f_2 h_2^2 + f_3 h_3^2 + \cdots + f_n h_n^2}{F h_o}$$

Izraz u brojniku jednak je momentu tromosti površine F s obzirom na razinu vode A—A:

$$f_1 h_1^2 + f_2 h_2^2 + f_3 h_3^2 + \dots + f_n h_n^2 = I_A$$

pa je

$$x_0 = \frac{I_A}{F h_0}$$

Ako je I_o moment tromosti površine F s obzirom na os koja prolazi kroz težište, onda će moment tromosti površine F s obzirom na os A—A koja se nalazi u udaljenosti h_0 od težišta biti

$$I_A = I_0 + F h_0^2$$

i napokon je

$$x_0 = \frac{I_0 + F h_0^2}{F h_0}$$

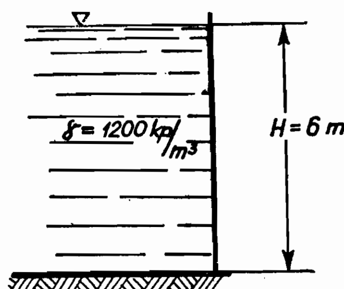
ili:

$$x_0 = \frac{I_0}{Fh_0} + h_0$$

Hvatište rezultante P kojom tekućina djeluje na bočnu stijenku površine F jest za vrijednost e ispod težišta T površine F_1; pri tom je

$$e = \frac{I_0}{Fh_0}$$

PRIMJERI: 1. Treba odrediti veličinu i hvatište sile koja potječe od tlaka tekućine na bočnu stijenku (sl. 51).



Sl. 51.

Zadano je: dubina tekućine $H = 6$ m
širina stijenke $p = 6$ m
spec. težina tekućine $\gamma = 1200$ kp/m³

R j e š e n j e : Veličina sile

$$P = \gamma\, Fh_0$$

Težište površine F nalazi se u dubini $h_0 = \frac{H}{2}$, $P = \gamma\, F \frac{H}{2} = 1200 \cdot$

$\cdot\, 6 \cdot \frac{16}{2}$ kp $= 57\,600$ kp

Hvatište sile

$$x_0 = h_0 + \frac{I_0}{Fh_0} = h_0 + \frac{\frac{bH^3}{12}}{bH\frac{H}{2}} = \frac{H}{2} + \frac{H}{6} = \frac{2}{3} H$$

Sila P djeluje na $\frac{2}{3}$ visine bočne stijenke mjereći od razine tekućine:

$$x_0 = \frac{2}{3} H\,[\mathrm{m}] = \frac{2}{3} \cdot 4 = 2{,}67 \mathrm{~m}$$

2. Na bočnoj stijenki posude nalazi se poklopac visine $h = 2$ m i širine $b = 3$ m. Gornji je rub poklopca 6 m ispod razine vode.

Kolikom silom djeluje voda na poklopac i na kojem se mjestu nalazi hvatište sile?

R j e š e n j e : Veličina sile

$$P = \gamma\, F h_0 \text{ [kp]}$$

$$P = 1000 \cdot 6 \cdot 7 = 42\,000 \text{ kp}$$

Hvatište sile

$$x_0 = \frac{I_0}{F h_0} + h_0$$

$$I_0 = \frac{b h^3}{12} \text{ [m}^4\text{]}$$

$$I_0 = \frac{3 \cdot 2^3}{12} = 2 \text{ m}^4$$

$$x_0 = \frac{2 \text{ m}^4}{607 \text{ m}^3} + 7 \text{ m} \approx 7{,}048\, m$$

3. Okrugla ploča promjera $d = 0{,}5$ m leži, mjereći do središta ploče, 2 m ispod razine vode. Treba odrediti veličinu i hvatište sile koja djeluje na tu ploču.

R j e š e n j e : Veličina sile

$$P = \gamma \cdot F h_0 \text{ [kp]} = 1000 \cdot \frac{0{,}5^2 \pi}{4} \cdot 2 = 493 \text{ kp}$$

Hvatište sile

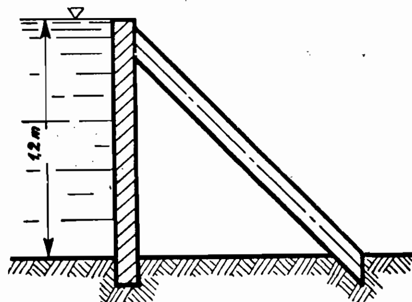
$$x_0 = h_0 + \frac{I_0}{F h_0} = h_0 + \frac{\frac{\pi d^4}{64}}{\frac{\pi d^2}{4} \cdot h_0} = h_0 + \frac{d^2}{16\, h_0}$$

$$x_0 = 2 \text{ m} + \frac{0{,}5^2}{16 \cdot 2} \text{ m} = 2 \text{ m} + 0{,}0078 \text{ m} = 2{,}0078 \text{ m}$$

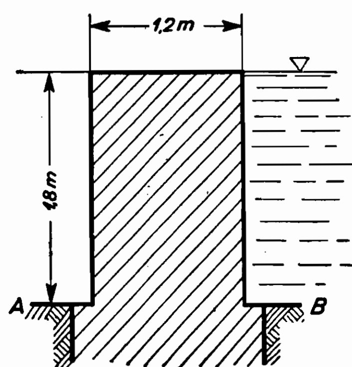
ZADACI

1. Nacrtaj dijagram koji pokazuje kako se mijenja tlak s promjenom dubine, odredi grafički veličinu i hvatište sile P.
2. Gornji rub kvadratičnog poklopca sa stranicom a = 50 cm nalazi se 4 m ispod površine vode. Kolika je sila kojom djeluje voda na poklopac i kolika je udaljenost hvatišta od težišta?

3. Okrugli poklopac promjera 40 cm nalazi se na vertikalnoj bočnoj stijenki, središte je poklopca 8 m ispod površine vode. Treba odrediti veličinu i hvatište sile koja djeluje na taj poklopac.



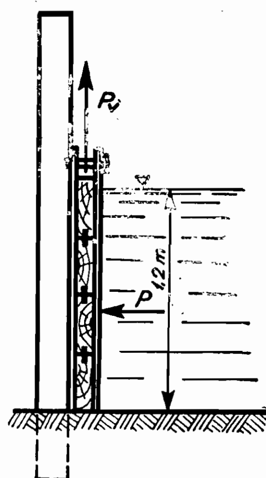
Sl. 52.



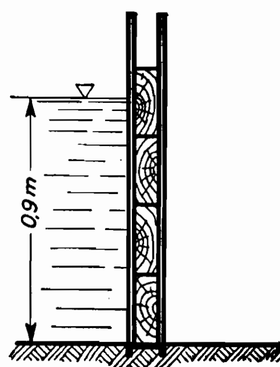
Sl. 53.

4. Zadana je brana prema sl. 52. Treba odrediti veličinu i hvatište sile kojom djeluje voda na 1 m dužine brane.

5. Brana visine 1,8 m, debljine 1,2 m sagrađena je od betona specifične težine 2400 kp/m³ (sl. 53). Treba izračunati:



Sl. 54.



Sl. 55.

a) težinu brane do dna *A—B* računajte za 1 m širine;

b) silu kojom djeluje voda na 1 m dužine brane;

c) naprezanje na tlak i na savijanje u presjeku *A—B*;

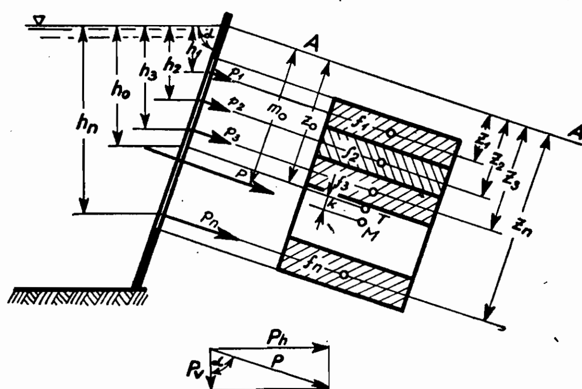
d) treba nacrtati dijagram ovih naprezanja koja se javljaju u presjeku *A—B*.

6. Vodni kanal dubine 1,2 m i širine 1,6 m zatvara se prema sl. 54. drvenom zapornicom. Kolika je sila P kojom tlači voda na zapornicu, i sila P_v koja je potrebna za dizanje drvene zapornice? Koeficijent je trenja prilikom klizanja drveta po drvetu $\mu = 0{,}6$.

7. Brana (sl. 55) sagrađena je od drvenih platnica dužine 1,6 m. Koliko debele moraju biti platnice pri visini vode od 0,9 m, a da naprezanje ne prijeđe 70 kp/cm²?

b) Kosa stijenka

Da bismo odredili veličinu i hvatište sile P kojom tekućina djeluje na kosu površinu F (sl. 56), postupit ćemo na isti način kako smo prije postupili kod vertikalne bočne stijenke.



Sl. 56.

Ukupna sila na površinu F bit će opet zbroj pojedinih sila:

$$P = \gamma h_1 f_1 + \gamma h_2 f_2 + \gamma h_3 f_3 + \ldots + \gamma h_n f_n$$
$$P = \gamma (h_1 f_1 + h_2 f_2 + h_3 f_3 + \ldots + h_n f_n)$$
$$P = \gamma F h_0$$

h_0 je udaljenost težišta površine F od razine vode. Rezultanta djeluje okomito na bočnu površinu.

Kod kose stijenke djeluje sila okomito na stijenku, a jednaka je umnošku površine i hidrostatskog tlaka koji vlada u težištu površine.

Hvatište rezultante naći ćemo ako uzmemo da je zbroj momenata svih pojedinih sila s obzirom na razinu tekućine jednak momentu rezultante. Pri tom treba uzeti da je zrak sile pri određivanju momenta okomit na silu. Budući da su pojedine sile i rezultanta tih sila kose prema

površini tekućine, neće biti krakovi sila h_1, h_2, $h_3 \ldots h_n$, nego udaljenosti z_1, z_2, $z_3 \ldots z_n$ što se računaju od hvatišta pojedinih sila P_1, P_2, $P_3 \ldots P_n$ do pravca A—A. Prema tome su momenti pojedinih sila:

$$M_1 = P_1 z_1, \quad M_2 = P_2 z_2, \quad M_3 = P_3 z_3, \ldots M_n = P_n z_n$$

Ako sa m_0 označimo udaljenost hvatišta rezultante M od pravca A—A, bit će

$$Pm_o = P_1 z_1 + P_2 z_2 + P_3 z_3 + \ldots + P_n z_n$$
$$Pm = \gamma h_1 f_1 z_1 + \gamma h_2 f_2 z_2 + \gamma h_3 f_3 z_3 + \ldots + \gamma h_n f_n z_n$$

Iz sl. 56. izlazi da je

$$P = \gamma \, F h_0 = F z_0 \sin \alpha$$
$$h_1 = z_1 \sin \alpha, \quad h_2 = z_2 \sin \alpha, \quad h_3 = z_3 \sin \alpha, \ldots h_n = z_n \sin \alpha$$

pa posljednja jednadžba prelazi u

$$F z_0 \sin \alpha \cdot m = \gamma \, f_1 z_1^2 \sin \alpha + \gamma \, f_2 z_2^2 \sin \alpha + \ldots + \gamma \, f_n z_n^2 \sin \alpha$$

Odavde izlazi da je udaljenost m hvatišta M od pravca A—A određena izrazom

$$m = \frac{f_1 z_1^2 + f_2 z_2^2 + f_3 z_3^2 + \cdots + f_n z_n^2}{F z_0}$$

Izraz u brojniku predstavlja moment tromosti površine F s obzirom na os A—A i označuje se sa I.

Dakle je

$$m = \frac{I}{F z_0}$$

a kako je

$$I = I_0 + F z_0^2$$

onda je

$$m = \frac{I_0 + F z_0^2}{F z_0}$$

i napokon

$$m = \frac{I_0}{F z_0} + z_0 = k + z_0$$

Hvatište sile na kosu površinu leži za udaljenost k ispod težišta te površine. Ova je vrijednost k, mjereći u smjeru kose površine, jednaka:

$$k = \frac{\text{moment tromosti površine s obzirom na os koja prolazi težištem}}{\text{statički moment površine s obzirom na sjecište površine s razinom tekućine}}$$

Silu P možemo rastaviti na horizontalnu komponentu P_h i vertikalnu komponentu P_v.

$$P_h = P \sin\alpha = \gamma F h_0 \sin\alpha = \gamma h_0 F'$$

jer je

$F \sin\alpha$ projekcija površine F na vertikalnu ravninu, pa je

$$P_h = \gamma h_0 F'$$
$$P_v = P \cos\alpha = \gamma F h_0 \cos\alpha$$

$\gamma F \cos\alpha h_0$ jest težina stupca tekućine iznad površine F.

Horizontalna komponenta sile na kosu površinu jednaka je sili kojom bi tekućina tlačila na projekciju površine F na vertikalnu ravninu.

Vertikalna komponenta sile na ravnu kosu površinu jednaka je težini stupca tekućine iznad kose površine.

PRIMJER: Kosa brana visine $a = 1{,}6$ m, širine $b = 6$ m nagnuta je prema razini vode pod kutom $\alpha = 60°$. Kolika je horizontalna i vertikalna komponenta sile kojom voda djeluje na branu, pa veličina i položaj rezultante?

Rješenje: Horizontalna komponenta

$$F' = a\, b \sin\alpha = 1{,}6 \cdot 6 \cdot 0{,}866 \text{ m}^2 \approx 8{,}3 \text{ m}^2$$
$$P_h = \gamma h_0 F' = 1000 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}866 \cdot 8{,}3 \text{ kp} = 5750 \text{ kp}$$

Vertikalna komponenta

$$P_v = F \cos\alpha\, \gamma\, h_0 = a\, b \cos\alpha\, \gamma\, h_0 = 1{,}6 \cdot 6 \cdot 0{,}5 \cdot 1000 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}866 \approx$$
$$\approx 3325 \text{ kp}$$

Rezultanta

$$P = \sqrt{P_v^2 + P_h^2} \approx \sqrt{5750^2 + 3325^2}\text{ kp} = 6650 \text{ kp}$$

Sila P mogla bi se izračunati i iz jednadžbe

$$P = \gamma F h_0 = 1000 \cdot 1{,}6 \cdot 6 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}866 \text{ kp} \approx 6640 \text{ kp}$$

Hvatište sile P

$$m = z_0 + \frac{I_0}{F z_0} \text{ [m]} = \frac{a}{2} + \frac{\frac{b\, a^3}{12}}{ab \cdot \frac{a}{2}} = \frac{a}{2} + \frac{a}{6} = \frac{2}{3} a$$

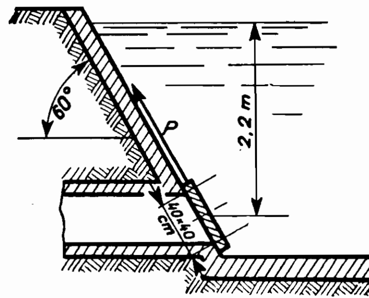
$$m = \frac{2}{3} \cdot 1{,}6 = 1{,}067\, m$$

Kod kose stijenke koja siže do razine tekućine sila djeluje okomito na stijenku u $\frac{2}{3}$ visine stijenke mjereći od razine tekućine.

ZADACI

1. Usporedi branu s vertikalnom stijenkom i branu sa stijenkom nagnutom pod kutom od 60°. Kolike su sile kojima voda djeluje na 1 m dužine brana? Odredi i njihovo hvatište.

2. Rezervoar (sl. 57) ima kosu bočnu stijenku nagnutu pod kutom od 60°. U toj stijenki nalazi se kvadratan otvor kojem je stranica 40 cm, koji služi za pražnjenje rezervoara. Otvor se zatvara pločom koja prekriva otvor sa svake strane za 5 cm, a može se podignuti užetom. Sredina je otvora 2,2 m ispod razine vode. Odredi: a) silu kojom voda tlači na zapornu ploču, b) hvatište sile i c) potrebnu silu za podizanje ploče ako je koeficijent trenja između ploče i stijenke 0,4.



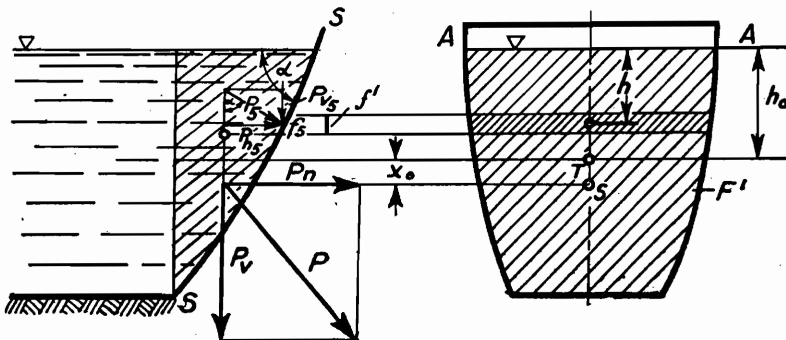
Sl. 57.

14. TLAK NA ZAKRIVLJENU STIJENKU

a) Cilindrički zakrivljena stijenka

Posuda je omeđena zakrivljenom stijenkom S—S (sl. 58).

Da bismo odredili silu i hvatište sile koja djeluje na površinu F, zamislit ćemo da je površina razdijeljena na malene horizontalne trake



Sl. 58.

$f_1, f_2, f_3 \dots f_n$. Na svaku traku djelovat će odgovarajuća sila $P_1, P_2, P_3 \dots P_n$. Te sile možemo rastaviti na horizontalne i vertikalne komponente $P_{h1}, P_{h2}, P_{h3} \dots P_{hn}$ i $P_{v1}, P_{v2}, P_{v3} \dots P_{vn}$. (Na slici je označena samo traka f_5).

Horizontalne komponente bit će:

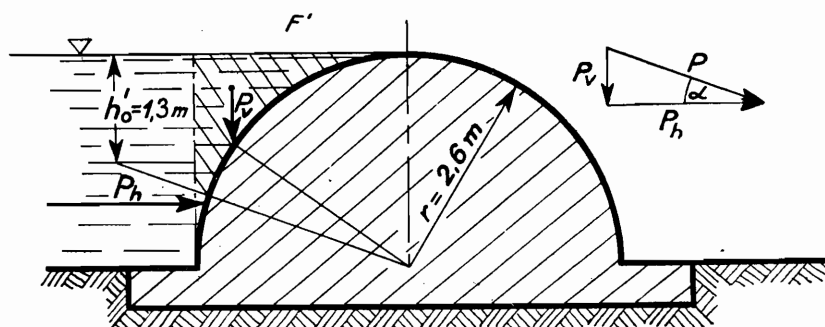
$$P_{h1} = \gamma f_1' \cdot h_1, \qquad P_{h2} = \gamma f_2' \cdot h_2, \qquad P_{h3} = \gamma f_3' \cdot h_3, \qquad P_{hn} = \gamma f_n' \cdot h_n$$

gdje su $f_1', f_2', f'_3 \dots f_n'$ projekcije površina $f_1, f_2, f_3 \dots f_n$ na vertikalnu ravninu. Horizontalna komponenta P_h bit će jednaka zbroju svih horizontalnih komponenata na površine $f_1, f_2, f_3 \dots f_n$:

$$P_h = \gamma (f_1' \cdot h_1 + f_2' \cdot h_2 + f_3' \cdot h_3 + \dots + f_n' \cdot h_n)$$

Izraz u zagradi jednak je statičkom momentu projekcije površine F na vertikalnu ravninu s obzirom na razinu tekućine, pa je, dakle,

$$P_h = F' \cdot h_o$$



Sl. 59.

h_o je udaljenost težišta površine F' od razine tekućine. Sila P_h prolazi kroz točku koja se nalazi za iznos x_o ispod razine tekućine, analogno kao kod vertikalne stijenke.

$$x_0 = \frac{I_0'}{F'h_0} + h_0$$

I_o jest moment tromosti površine F' s obzirom na os koja prolazi kroz težište te površine.

Vertikalne komponente sila na površine $f_1, f_2, f_3 \dots f_n$ jednake su težinama stupaca tekućine iznad tih površina. Stoga će vertikalna komponenta P_v biti jednaka zbroju svih komponenata, a to je jednako težini volumena tekućine iznad zakrivljene površine. Ova sila ima hvatište u težištu ovoga dijela tekućine.

Rezultanta sila P_h i P_v može se odrediti iz izraza

$$P = \sqrt{P_h^2 + P_v^2}$$

PRIMJER: Neki kanal ograđen je polukružnim nasipom (sl. 59). Kolike su horizontalne i vertikalne komponente sile na 1 m dužine brane, pa kolika je veličina i koji je smjer rezultante?

Rješenje: Horizontalna komponenta

$$P_h = F' \cdot \gamma \cdot h_0 \qquad F' = r \cdot b = 2{,}6 \cdot \mathrm{I}\ \mathrm{m}^2 = 2{,}6\ \mathrm{m}^2$$

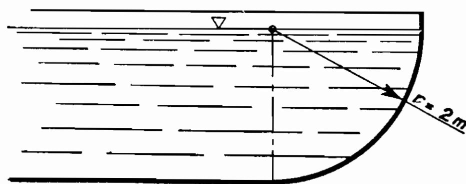
$$h_0 = \frac{r}{2} = 1{,}3\ \mathrm{m}$$

$$P_h = 2{,}6 \cdot 1000 \cdot 1{,}3\ \mathrm{kp} = 3380\ \mathrm{kp}$$

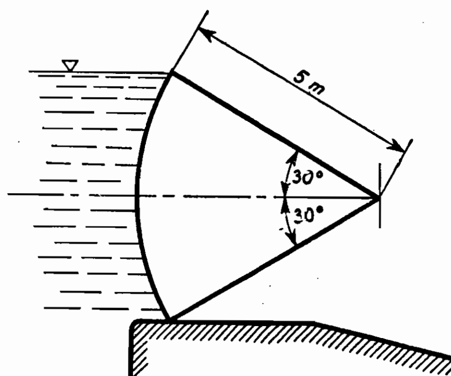
Vertikalna komponenta jednaka je težini volumena tekućine iznad zakrivljene površine (na slici šrafirano):

$$P_v = \gamma V = \gamma \left(r^2 - \frac{r^3 \pi}{4}\right) = \gamma r^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) [\mathrm{kp}]$$

$$P_v = 1000 \cdot 2{,}6^2 \cdot \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = 1453\ \mathrm{kp}$$



Sl. 60.



Sl. 61.

Rezultanta

$$P = \sqrt{P_h^2 + P_v^2} = \sqrt{3380^2 + 1453^2} = 3679\ \mathrm{kp}$$

Smjer rezultante

$$tg\,\alpha = \frac{P_v}{P_h} = \frac{1453}{3380} = 0{,}429, \quad \alpha = 23°10'$$

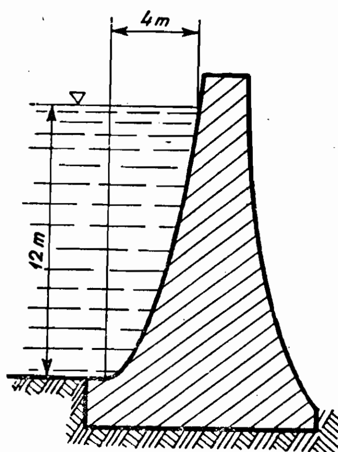
Sve pojedinačne sile djeluju okomito na površinu nasipa i prolaze kroz njegovo središte. Stoga mora i rezultanta tih sila prolaziti kroz središte nasipa. Time je položaj rezultante određen.

ZADACI

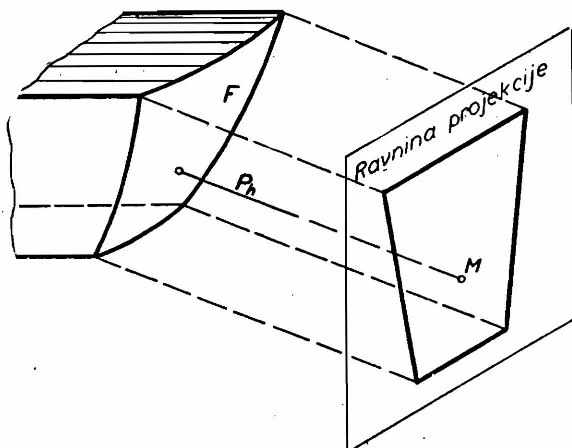
1. Posuda je omeđena cilindrično zakrivljenom površinom, kako je naznačeno na sl. 60. Odredi veličinu i smjer rezultante.

2. Sl. 61. prikazuje sektorsku branu. Dužina je brane 8 m, a radijus 5 m. Odredi horizontalnu i vertikalnu komponentu te veličinu i smjer rezultante.

3. Umjetno jezero u kojem se akumulira voda za pogon hidrocentrale (sl. 62) ograđeno je betonskom branom profila s vodene strane u obliku kvadratične parabole. Odredi za 1 m dužine brane horizontalnu, vertikalnu i rezultirajuću silu. Pronađi hvatište i odredi smjer rezultante. Podatke za položaj težišta površine parabole, kao i za veličinu površine parabole potraži u priručniku.



Sl. 62.



Sl. 63.

b) Proizvoljno zakrivljena stijenka

Ako je bočna stijenka proizvoljno zakrivljena (sl. 63), onda se moraju zaključci iz prijašnjeg poglavlja ponešto promijeniti.

Vertikalna komponenta P_v jednaka je, kao i prije, težini tekućine iznad zakrivljene površine F sve do razine i djeluje u težištu toga volumena tekućine.

Horizontalna komponenta P_h, koja djeluje u nekom određenom smjeru na zakrivljenu površinu F, jednaka je sili kojom tekućina djeluje na projekciju F' zakrivljene površine. Površina F projicira se u smjeru u kojem se želi odrediti sila P_h, a na ravninu koja je okomita na taj smjer. Hvatište se određuje onako kako je to bilo rastumačeno u poglavlju »Tlak na ravne stijenke«. Maksimalnu horizontalnu komponentu dobit ćemo ako površinu F projiciramo u takvu smjeru da je projekcija F' maksimalna. U općenitom slučaju obje sile, P_v i P_h, ne leže u istoj ravnini, pa se, prema tome, ne sijeku.

PRIMJER: Na sl. 64. prikazan je dio spremišta, koji ima zakrivljenu površinu F u obliku polukugle. Treba odrediti P_v i P_h na tu bočnu stijenku.

Da bismo odredili maksimalnu horizontalnu komponentu, projicirat ćemo zakrivljenu površinu u smjeru središnjice, jer ćemo tako dobiti maksimalnu projiciranu površinu, a i maksimalnu horizontalnu komponentu.

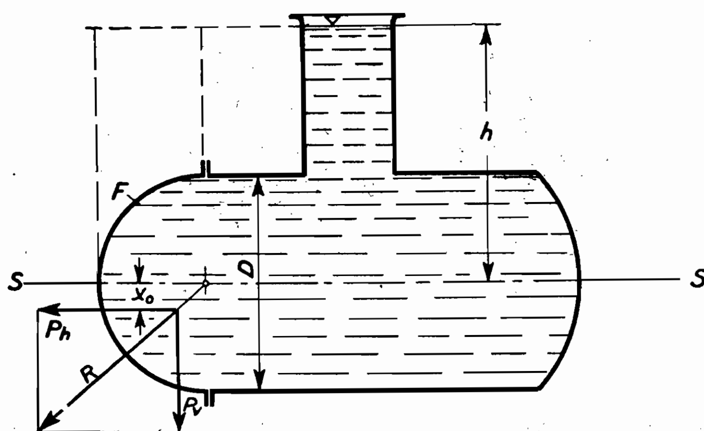
Površina projekcije na vertikalnu ravninu, koja je okomita na središnjicu, jednaka je

$$F' = \frac{D^2 \pi}{4}$$

pa se horizontalna komponenta dobiva iz izraza

$$P_h = F' \gamma h_0$$

P_h djelovat će za vrijednost x_0 ispod osi S—S. Vrijednost za x_0 može se izračunati prema poglavlju 14.



Sl. 64.

Vertikalna komponenta sastoji se od komponente koja djeluje na donju polovinu kugline površine umanjena za komponentu koja djeluje na gornju polovinu te površine. Razlika je jednaka težini tekućine koja se nalazi u polukugli.

Sila $P_v = \dfrac{\pi d^3}{12} \gamma$ djeluje u težištu polukugle. Rezultantu ćemo dobiti ako P_h i P_v geometrijski zbrojimo. Rezultanta prolazi kroz središte polukugle, jer sve pojedinačne sile koje djeluju na polukuglu prolaze kroz to središte.

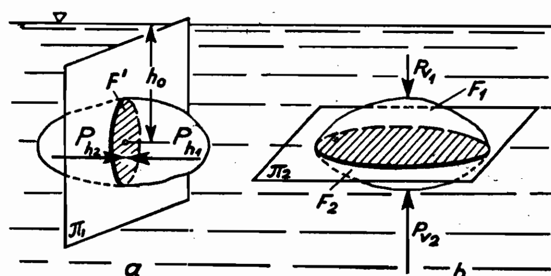
15. UZGON

Na sl. 65.a. prikazano je tijelo proizvoljnog oblika uronjeno u tekućinu. Da bismo odredili silu kojom tekućina djeluje na tijelo, poslužit ćemo se zakonima iz prijašnjeg poglavlja.

Zamislimo da je uronjeno tijelo razdijeljeno vertikalnom ravninom Π_1 u dvije polovine. Horizontalna komponenta sile koja djeluje na desnu polovinu tijela, P_{h1}, jednaka je

$$P_{h1} = \gamma F' h_0$$

Pri tom je F' projekcija zakrivljene površine desne polovine tijela na vertikalnu projekcionu ravninu, a h_0 udaljenost težišta površine F' od razine tekućine. Horizontalna komponenta sile koja djeluje na lijevu polovinu tijela, P_{h2}, jednaka je P_{h1}, jer je projekcija lijeve polovine tijela na ravninu Π_1 također F'. Ove su sile protivnog smjera pa se drže u ravnoteži. Prema tome, nema sile koja bi tijelo pomicala u horizontalnom smjeru.



Sl. 65.

Pri određivanju vertikalne komponente pretpostavimo da je uronjeno tijelo razdijeljeno horizontalnom ravninom Π_2 u dvije polovine (sl. 65.b). Na gornju polovinu djeluje vertikalna komponenta P_{v1} prema dolje, i ona je jednaka težini tekućine iznad površine gornje polovine F_1. Na donju polovinu djeluje vertikalna komponenta P_{v2} prema gore, i ona je jednaka težini tekućine iznad površine F_2 do razine. Rezultirajuća sila bit će

$$P_{v2} - P_{v1}$$

Ona je jednaka težini tekućine, koju je istisnulo tijelo. Sila kojom tekućina djeluje na uronjeno tijelo zove se *uzgon*. Ona je jednaka težini istisnute tekućine, djeluje vertikalno prema gore, a hvatište joj je u težištu istisnute tekućine.

$U = \gamma V$ U — uzgon u kp
V — volumen istisnute tekućine u m^3
γ — specifična težina tekućine u kp/m^3

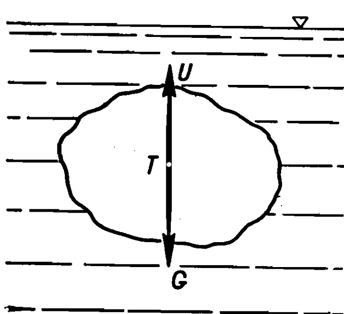
Zbog uzgona postaje uronjeno tijelo prividno lakše. Ono izgubi prividno na težini onoliko koliko teži istisnuta tekućina.

Prividna težina uronjenog tijela iznosi

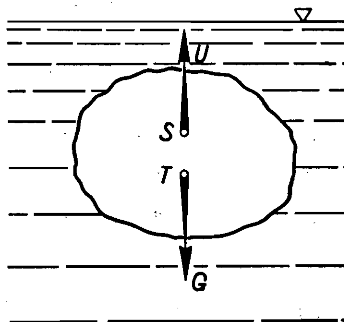
$$G_2 = G_1 - U = G_1 - \gamma V$$

Tu činjenicu spoznao je već Arhimed* (godine 212. pr. n. e.), pa je poznata kao Arhimedov zakon.

Na sl. 66. prikazano je tijelo uronjeno u tekućinu. Ako je tijelo homogeno, onda će u težištu tijela T djelovati dvije sile, težina tijela G vertikalno prema dolje i uzgon U vertikalno prema gore.



Sl. 66.



Sl. 67.

Kod tijela specifički težeg od tekućine bit će težina veća od uzgona, težina će prevladati i tijelo će se gibati prema dolje, tonut će. Ako su specifične težine tijela i tekućine podjednake, bit će težina i uzgon jednaki. Tijelo će biti u ravnoteži, neće se gibati, ono će lebdjeti u tekućini. U slučaju da je spec. težina tijela manja od spec. težine tekućine, bit će uzgon veći od težine, tijelo će se gibati prema gore i djelomično će izroniti iz tekućine, plivat će.

Kod nehomogenih tijela, npr. tijela unutar kojih se nalaze šupljine, ili kod tijela koja su sastavljena od različitih materijala, neće se težište tijela i hvatište uzgona poklapati. Težina će zahvaćati u težištu tijela T, a uzgon u težištu istisnute tekućine S (sl. 67).

---

* Arhimed (287—212. pr. n. e.) dobio je u Sirakuzi nalog od kralja Hierona da ispita je li kraljeva kruna od čistog zlata. Za vrijeme kupanja otkrio je zakon o uzgonu i uzviknuo »heureka« (našao sam). Pomoću pronađenog zakona odredio je čistoću zlata.

PRIMJER: Metalna kutija u obliku kocke sa stranicama $a = 40$ cm ima težinu $G = 80$ kp. Da li će kutija u vodi plivati, lebdjeti ili tonuti?

R j e š e n j e. Ako kocku potpuno uronimo u vodu, ona će istisnuti obujam vode

$$V = a^3 \, [\text{m}^3] = 0{,}4^3 — 0{,}064 \text{ m}^3$$

Težina istisnute vode i, prema tome, uzgon jest

$$U = \gamma \, V \, [\text{kp}] = 1000 \frac{\text{kp}}{\text{m}^3} \cdot 0{,}064 \text{ m}^3 = 64 \text{ kp}$$

Budući da je težina veća od uzgona, kutija će potonuti.

16. ODREĐIVANJE SPECIFIČNIH TEŽINA KRUTIH TIJELA I TEKUĆINA S POMOĆU UZGONA

Neka bude težina tijela G_1. Ako uronimo tijelo u tekućinu specifične težine γ_t, djelovat će na tijelo osim težine G_1 i uzgon U. Vaganjem se može ustanoviti da uronjeno tijelo ima težinu $G_2 = G_1 — U$, koju ćemo zvati *prividnom* težinom, a težinu G_1 zovemo *apsolutnom* težinom.

Iz posljednje jednadžbe proizlazi da je uzgon

$$U = G_1 — G_2$$

Osim toga je uzgon općenito

$$U = \gamma_t \, V$$

Iz dvije posljednje jednadžbe izlazi:

$$\gamma_t \, V = G_1 = G_2$$

Za vodu je $\gamma_t = 1\,000$ kp/m³:

$$1\,000 \, V = G_1 — G_2$$

pa je obujam uronjenog tijela

$$V = \frac{G_1 — G_2}{1000}$$

Ako u jednadžbu za specifičnu težinu tijela

$$\gamma = \frac{G_1}{V}$$

uvrstimo vrijednost za V iz jednadžbe ispred nje, dobivamo:

$$\gamma = \frac{1000 \cdot G_1}{G_1 — G_2} \left[\frac{\text{kp}}{\text{m}^3}\right]$$

Poznavajući apsolutnu i prividnu težinu tijela uronjenog u vodu, može se pomoću te jednadžbe odrediti spec. težina toga tijela.

PRIMJERI: 1. Tijelo težine 2 kp uronjeno u vodu teži 1,6 kp. Koliki je obujam i spec. težina tijela?

Rješenje:

$$V = \frac{G_1 - G_2}{1000} \, [m^3]$$

$$V = \frac{2 - 1,6}{1000} = 0,0004 \text{ m}^3 = 0,4 \text{ dm}^3$$

$$\gamma = \frac{1000 \, G_1}{G_1 - G_2} \left[\frac{\text{kp}}{\text{m}^3}\right]$$

$$\gamma = \frac{1000 \cdot 2}{2 - 1,6} = 5000 \text{ kp/m}^3 = 5 \text{ kp/dm}^3$$

2. Da bismo odredili specifičnu težinu neke tekućine, postupit ćemo na ovaj način:

Rješenje: Utegu proizvoljnog oblika uronjenom u vodu odredit ćemo apsolutnu težinu G_1 i prividnu težinu G_2.

Neka je $G_1 = 1,2$ kp, $G_2 = 0,98$ kp.

Pomoću jednadžbe

$$V = \frac{G_1 - G_2}{1000} \, [m^3]$$

odredit ćemo obujam tijela

$$V = \frac{1,2 - 0,08}{1000} = 0,00022 \text{ m}^3$$

Zatim ćemo uroniti uteg u tekućinu nepoznate specifične težine i odrediti prividnu težinu G_3.

Neka bude težina $G_3 = 0,92$ kp.

Iz jednadžbe $G_1 - G_3 = \gamma_t V$ proizlazi da je specifična težina tekućine

$$\gamma_t = \frac{G_1 - G_3}{V} \left[\frac{\text{kp}}{\text{m}^3}\right]$$

$$\gamma_t = \frac{1,2 - 0,92}{0,00022} \approx 1280 \text{ kp/m}^3$$

17. PLIVANJE

Plivaju homogena tijela od materijala koji je specifički lakši od tekućine, a tijela građena od materijala koji je specifički teži od tekućine plivaju samo ako su šuplja, kao npr. željezni brodovi. Na sl. 68. prikazan je u presjeku trup broda koji pliva. Težina trupa broda G ima hvatište u težištu T. Brod će toliko uroniti da uzgon postane jednak težini broda:

$$U = G$$

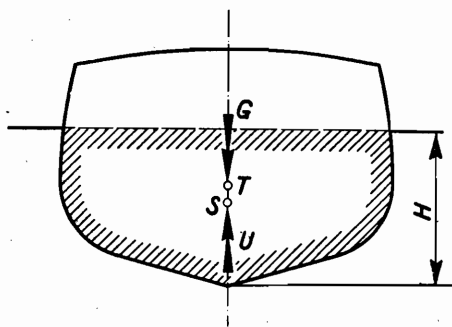
U brodarstvu se težina tekućine koju istisne plivajući brod svojim podvodnim volumenom zove *istisnina*. Istisnina je jednaka težini broda i mjeri se u tonama. Istisnina se odnosi na potpuno opterećen brod. Dubina H ronjenja ili gaženja broda zove se *gaz*.

PRIMJER: Treba da se odredi koliko će gaziti prizmatično tijelo širine 40 cm, visine 20 cm i dužine 100 cm. Specifična je težina drveta 0,60, a tekućine (more) $\gamma_t = 1{,}02$.

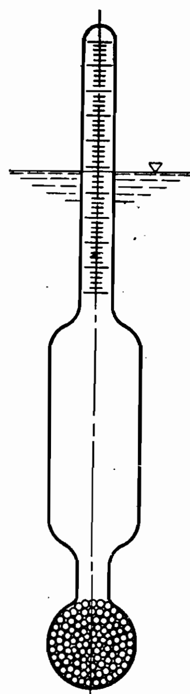
Rješenje:

Težina tijela

$$G = 0{,}4 \cdot 0{,}2 \cdot 1 \cdot 600 \text{ kp} = 48 \text{ kp}$$



Sl. 68.



Sl. 69.

Uzgon kod plivanja mora biti jednak težini:

$$U = G$$

Ako tijelo roni H m, bit će obujam istisnute tekućine

$$V = 0{,}4 \cdot 1 \cdot H \text{ m}^3 = 0{,}4 \; H \text{ m}^3$$

a težina istisnute tekućine ujedno je uzgon:

$$U = \gamma_t V = 1020 \cdot 0{,}4 \; H$$

Odavde je gaz

$$H = \frac{U}{1020 \cdot 0{,}4} = \frac{48}{1020 \cdot 0{,}4}\ \mathrm{m} = 0{,}118\ \mathrm{m} = 11{,}8\ \mathrm{cm}$$

Kod tako pravilnog i homogenog tijela brže možemo izračunati N iz postavke da se gaz odnosi prema ukupnoj visini tijela obrnuto kao specifične težine tijela i tekućine:

$$H : 0{,}2 = 0{,}6 : 1{,}02$$

$$H = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}6}{1{,}02} = 0{,}118\ \mathrm{m}$$

Budući da svako tijelo koje pliva uranja dotle dok težina istisnute tekućine ne postane jednaka težini tijela, znači da će tijelo uroniti to dublje što je manja specifična težina tekućine. Na toj pojavi osniva se određivanje specifične težine tekućine pomoću *areometra*.[1]

Areometar je stakleno tijelo vretenastog oblika (sl. 69). Donji mu je dio proširen i sadrži sačmu ili živu kao balast,[2] gornji mu je dio uzak, i u njemu se nalazi skala. Areometar postavljen u tekućinu pliva u uspravnom položaju, a na skali se može očitati specifična težina tekućine. Kod areometra za tekućine koje su specifički teže od vode nalazi se nula skale na gornjem dijelu, dok se kod areometra za specifički lakše tekućine ona nalazi na donjem dijelu. Univerzalni areometri imaju nulu negdje na sredini skale. Areometar pokazuje točnu vrijednost samo onda ako je temperatura tekućine ona za koju je baždaren i koja je označena na skali (normalno 15° C ili 20° C). Neki areometri imaju ugrađen termometar.

Postotni areometri pokazuju postotak otopljene tvari u otopini za koju su građeni. Takvih areometara samo za neku određenu otopinu ima vrlo mnogo, npr. za otopinu alkohola, šećera, kuhinjske soli ili nekih drugih soli, za razrijeđenu sumpornu kiselinu itd.

Salinometar[3] je također vrsta areometra, od novog srebra ili mjedi, a služi za određivanje postotka soli u kotlovskoj napojnoj vodi. Obično ima dvije skale, jedna vrijedi za 15° C (za napojnu vodu), a druga za 90° C (za vodu u kotlu).

Još su u upotrebi areometri sa zastarjelom skalom po Bauméu (čitaj: Bomé) [°Bé].

Ako je sa n označena gustoća tekućine u stupnjevima Bauméa, onda se po ovim formulama može pronaći približna specifična težina:

---

[1] Areometar od grč. *araiós* = rijedak, tekuć.
[2] Balast = opterećenje.
[3] Salinometar od lat. *sal* = sol.

za tekućine koje su specifički lakše od vode:

$$\gamma = \frac{146,3}{146,3 + n} \ [kp/dm^3]$$

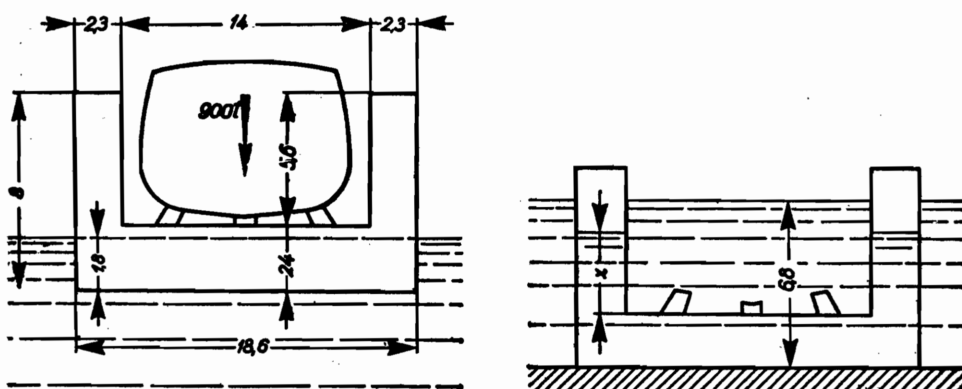
za tekućine koje su specifički teže od vode:

$$\gamma = \frac{146,3}{146,3 - n} \ [kp/dm^3]$$

Čista voda ima 0° Bé.

ZADACI

1. Prazan cilindrični valjak promjera 2 m teži 700 kp. Koliko će gaziti prazan valjak, a koliko ako se optereti sa 240 kp?
2. Drveni predmet težine 1,6 kp pliva na petroleju specifične težine $\gamma = 0,8$ kp/dm^3. Koliki će obujam istisnuti?
3. Koliko će pod vodom težiti željezni predmet težine 1 kp?
4. Teglenica* prizmatičnog oblika dužine 44 m, širine 8,5 m gazi neopterećena 1,9 m. Kolika je vlastita težine teglenice i koliko će gaziti ako se na nju natovari 210 m^3 pijeska specifične težine 1600 kp/m^3?
5. Parobrod istisnine 1200 t u Splitu je potpuno opterećen (specifična težina mora 1026 kp/m^3). Za koliko će opterećeni brod više gaziti na ušću Neretve kod Metkovića ako je površina presjeka broda na razini mora 620 m^2 i ako uzmemo da su stijene broda vertikalne?



Sl. 70.

6. Na sl. 70. prikazan je u presjeku plivajući dok. Dužina doka, mjerena okomito na sliku, iznosi 45 m, dok su ostale mjere označene na slici. Pitanja:
   a) Koliki je uzgon doka ako opterećen brodom gazi 1,8 m?
   b) Ako je težina broda koji se nalazi u doku 900 t, kolika je težina doka?
   c) Da bi brod mogao ući u dok i izaći iz njega, napuni se šuplji prostor doka djelomično morem (na slici desno) dok postane zbog toga teži i potone, odnosno

---

* Teglenica (maona, šlep) jest lađa jednostavnog oblika za prijenos tereta, ali bez vlastitog pogona (tegli je parobrod).

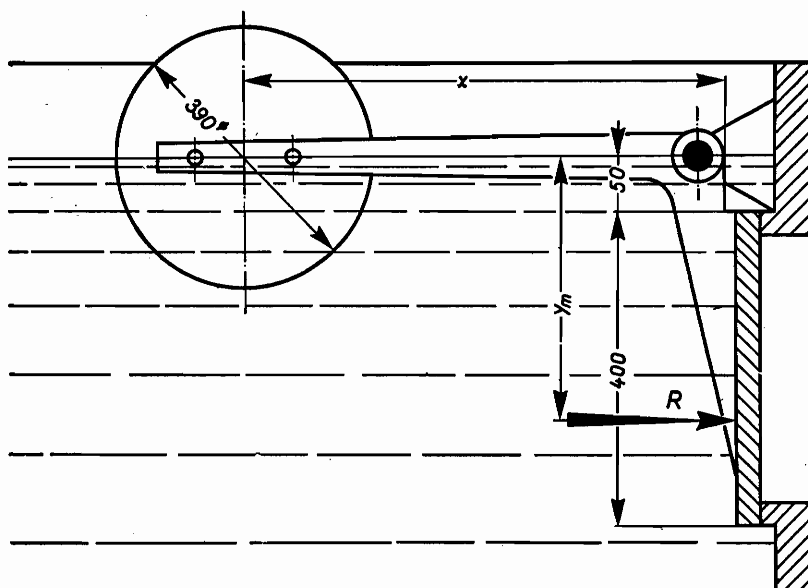
sjedne na dno, a brod ostane plivajući i može slobodno izaći; kolika se količina vode mora pustiti u dok da bi potonuo?

d) Kolika je visina vode u bočnim sanducima?

e) Koliku količinu vode moraju sisaljke izbaciti u jednoj sekundi da bi dok bio ispražnjen u vremenu ½ sata?

7. Rezervoar za vodu ima u bočnoj stijenki otvor koji se zatvara poklopcem dužine 300 mm, visine 400 mm (sl. 71). Poklopac se otvara s pomoću poluge i plovka koji regulira visinu vodostaja, tako da poklopac zatvara otvor sve dok razina vode ne dođe do središnjice plovka. Treba izračunati:

a) težinu i uzgon plovka kad razina vode dođe do središnjice (plovak je, zapravo, valjak promjera 390 mm i dužine 600 mm, a napravljen je od čeličnog lima koji je debeo 3 mm; težina zakovica iznosi 10% težine plovka);



Sl. 71.

b) rezultantu R kojom voda tlači na poklopac;

c) udaljenost hvatišta rezultante R od površine vode;

d) potrebnu dužinu poluge X.

8. Prsten teži u zraku 8,5 p, a u vodi 7,960 p. Pitanja:

a) Koliki mu je obujam?

b) Kolika je specifična težina materijala prstena?

c) Da li je prsten od zlata, ako je specifična težina zlata 19,4 p/cm³?

9. Neko tijelo teži u zraku 36,42 p, uronjeno u vodu 22,5 p i uronjeno u laneno ulje 23,26 p. Kolika je specifična težina lanenog ulja? Mjerenje je obavljeno kod 20° C.

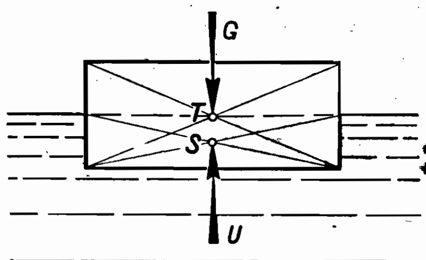
10. Prema uputama tvornice olovni se akumulator mora napuniti razrijeđenom sumpornom kiselinom od 24,8° Bé. Kolika mora biti specifična težina razrijeđene kiseline?

11. Neki mjedeni predmet teži u zraku 3,27 kp, a u vodi 2,87 kp. Kolika je specifična težina slitine i koliko ima postotaka cinka i bakra u slitini ako je specifična težina cinka $\gamma_z = 7{,}1$ kp/dm³ i bakra $\gamma_b = 8{,}93$ kp/dm³?

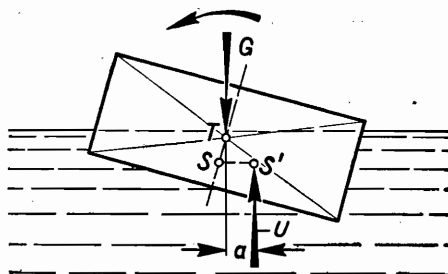
18. STABILNOST KOD PLIVANJA

Na sl. 72. prikazano je prizmatično tijelo koje pliva. Kako je izvedeno u prijašnjem poglavlju, potrebna su za ravnotežu tijela koje pliva dva uvjeta: uzgon mora biti jednak težini tijela i obje sile moraju djelovati u istom pravcu (os *TS* tijela).

Ako su oba uvjeta ispunjena, nije još rečeno da tijelo pliva stabilno, tj. da je neosjetljivo prema vanjskim silama koje nastoje tijelo pomaknuti iz stanja ravnoteže.



Sl. 72.



Sl. 73.

Da bismo ispitali osjetljivost tijela prema vanjskim smetnjama, zamislimo tijelo ponešto zaokrenuto iz svog prvobitnog uspravnog položaja (sl. 73). Težina tijela djelovat će i nadalje u težištu tijela *T*, ali hvatište uzgona ne nalazi se više na pravcu *TS* tijela, nego se pomaklo na stranu, u točku *S'*. Razlog je tome što je istisnuta tekućina sada drugog oblika, s težištem u točki *S'*. Težina tijela *G* i uzgon *U* jednaki su kao i prije i protivnog smjera, pa će tijelo i nadalje plivati, ali oni ne djeluju u istom pravcu i stoga se ne poništavaju. *G* i *U* tvore sada moment sila

$$M = Ga$$

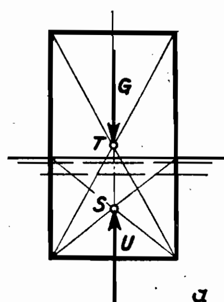
koji nastoji tijelo zaokrenuti u njegov prvobitni položaj. Kad se tijelo vrati u prvobitni položaj (sl. 72), moment prestaje djelovati, jer je krak $a = 0$, sile su u ravnoteži, i tijelo ostaje u tom položaju. Za tijelo koje se, zaokrenuto oko ravnotežnog položaja, vraća samo od sebe u taj položaj kaže se da pliva *stabilno*. Na sl. 74.a. prikazano je drugo prizmatično tijelo. Ono pliva i u ravnoteži je jer su ispunjeni svi za to potrebni uvjeti. Da

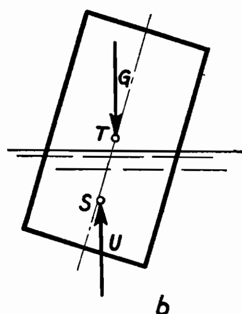
bismo ispitali osjetljivost tijela, zaokrenut ćemo ga (sl. 74.b). I u tom se slučaju pojavio moment

$$M = Ga$$

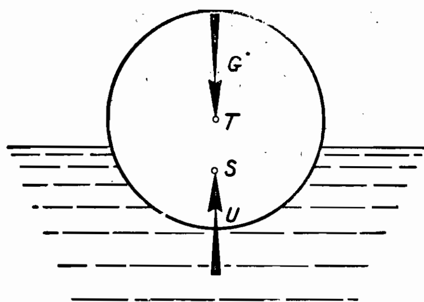
ali taj će moment nastojati da zaokrene tijelo još više, i tijelo će se prevrnuti. Tijelo koje je zaokrenuto iz početnog položaja pa se zaokreće još dalje i prevrne, pliva u *labilnom* položaju.

Na sl. 75. prikazan je treći slučaj. Ma kako zaokrenuli valjak (ili kuglu) koji pliva, on će ostati u istom položaju. To tijelo pliva u *indiferentnoj* ravnoteži.





Sl. 74.



Sl. 75.

Kod plivanja postoje tri slučaja ravnoteže: stabilna, labilna i indiferentna. Kod stabilnog plivanja tijelo se, zaokrenuto iz prvobitnog položaja, vraća natrag, kod labilnog se prevrće, a kod indiferentnog ostaje u zaokrenutom položaju.

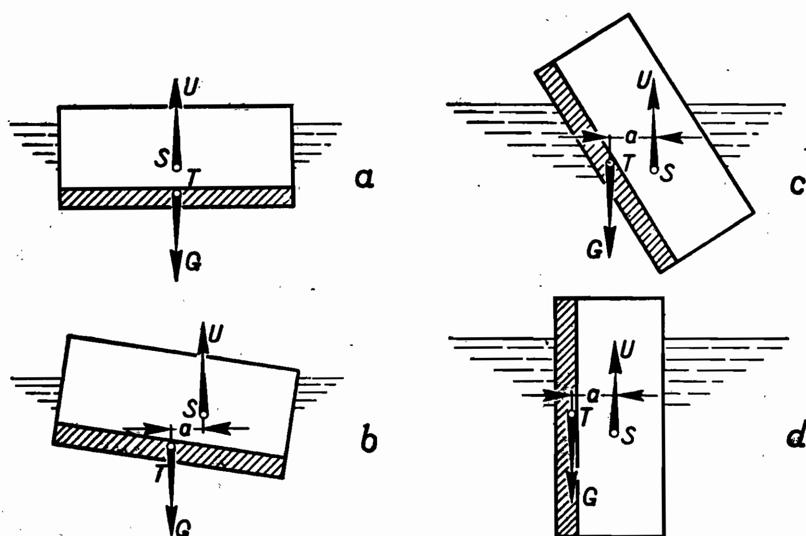
Sposobnost tijela koja plivaju da se vrate u prvobitan položaj kad su bila vanjskom silom nagnuta zove se *stabilnost*.

Prizmatično drveno tijelo opterećeno je željeznom pločom da bi težište palo sasvim nisko (sl. 76.a). Takvo će tijelo plivati stabilno, jer ako ga malo zaokrenemo, pojavit će se moment koji će tijelo uspraviti (sl.

76.b). Ako tijelo još više zaokrenemo (sl. 76.c), moment će porasti, stabilnost je porasla. Stabilnost će postojati i ako tijelo zaokrenemo za 90° (sl. 76.d).

Pravilo za opisani slučaj glasi: Ako se težište tijela koje pliva nalazi ispod hvatišta uzgona, onda je takvo tijelo stabilno ako se zaokrene i za veći kut. Stabilnost postaje do izvjesnog kuta zaokretanja sve veća. Stabilnost potječe u tom slučaju uglavnom od niskog položaja težišta. Što niže leži težište tijela, to je veća stabilnost.

Kod normalnog homogenog prizmatičnog tijela, bez dodatnog opterećenja, leži težište iznad hvatišta uzgona (sl. 77.a). Ako takvo tijelo



Sl. 76.

malo zaokrenemo (sl. 77.b), vidimo da se pojavljuje moment koji nastoji tijelo ispraviti. To znači da tijelo pliva stabilno. Zaokrenemo li tijelo za 90°, doći će ono u položaj prikazan na sl. 77.c. Težina tijela i uzgon opet su u ravnoteži. Da bismo ispitali u kakvoj se ravnoteži tijelo sada nalazi, zaokrenut ćemo ga još ponešto (sl. 77.d). Slika pokazuje da je tijelo u labilnom položaju i da će se prevrnuti.

Ako se kod tijela koje pliva težište nalazi iznad hvatišta uzgona, onda stabilnost plivanja ovisi o obliku podvodnog dijela tijela. Takva se stabilnost zove *stabilnost uvjetovana oblikom.*

Od naročite je važnosti stabilnost kod brodova, bili to parobrodi, jedrenjaci ili jedrilice. Vanjske sile, koje nastaju od udaraca valova na bokove broda i tlaka vjetra na površine jedara, gibaju brod. Moment koji se pojavljuje kod nagibanja trupa broda drži ravnotežu s momentom

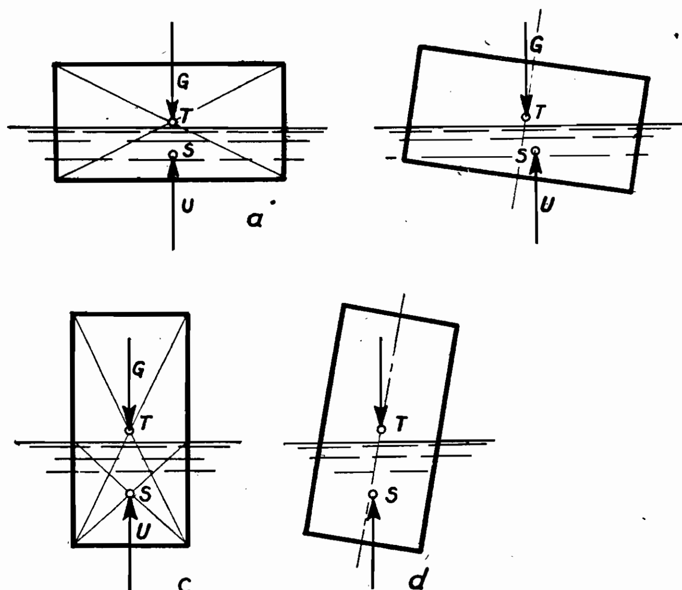
vanjskih sila. Ako vanjske sile nisu stalne veličine, npr. kod djelovanja valova, onda dolazi do njihanja ili, kako se kaže, do valjanja broda.

Mjera za stabilnost jest veličina momenta koji uspravlja brod.

Na sl. 78. prikazan je presjek trupa broda u nagnutom položaju. Moment je stabilnosti

$$M = Ga$$

Ako produžimo smjer uzgona U do središnjice trupa broda n—n, dobit ćemo točku M koja se zove *metacentar,* dok je dužina $m = MT$ *metacentrička visina.*



Sl. 77.

Moment stabilnosti možemo izraziti i metacentričkom visinom, naime,

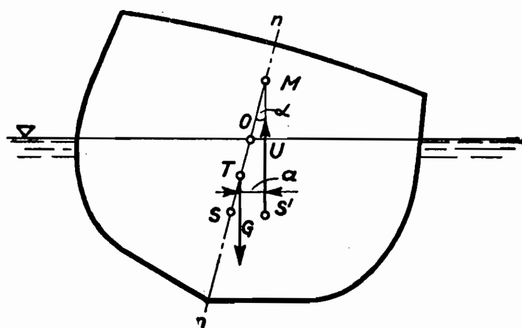
$$M = Gm \sin \alpha$$

Za izvjestan kut α nagiba broda stabilnost ovisi o metacentričkoj visini.

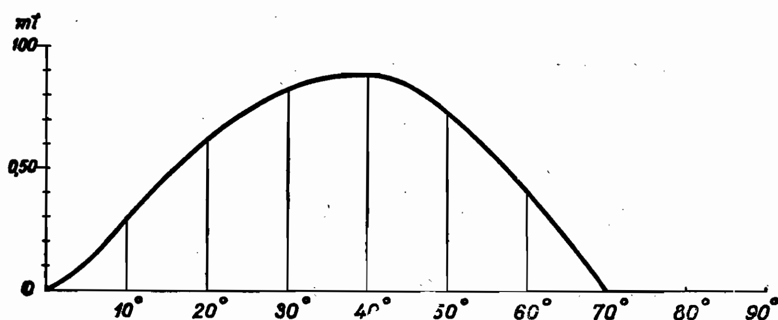
Dok je metacentrička visina pozitivna, tj. dok leži iznad težišta broda, brod pliva stabilno. Kod metacentričke visine jednake nuli, a do toga dolazi kada metacentar pada u težište trupa broda, brod je u indiferentnom položaju i nagnut će se pod djelovanjem i najmanje sile.

Ako je metacentrička visina negativna, tj. ako leži ispod težišta trupa, brod pliva u labilnom položaju pa će se pod utjecajem vanjskih sila prevrnuti.

Metacentrička visina nije stalna vrijednost, ona se mijenja kod zaokretanja broda i ovisi o obliku podvodnog dijela trupa broda. U dijagramu na sl. 79. predočena je stabilnost nekog broda izražena u mt momenta u ovisnosti o kutu nagiba. Dok brod plovi u uspravnom položaju, potre-



Sl. 78.



Sl. 79.

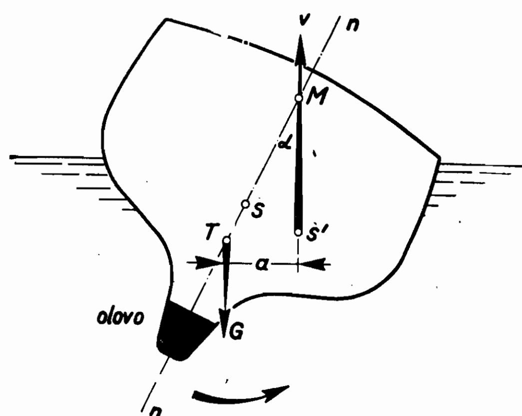
ban je malen moment vanjskih sila da ga nagne za manji kut, ali za veće nagibe stabilnost raste, da bi kod kuta od 40° postigla maksimalnu vrijednost. Za kutove veće od 40° postaje stabilnost sve manja i kod kuta od 70° postaje jednaka nuli. Nagne li se brod do toga kuta, on će se prevrnuti.

Stabilnost brodova može se povećati ako se težište broda pomakne niže, npr. smještanjem tankova* na dno broda, krcanjem tereta na dno stovarišta, a kod jedrilica postavljanjem olovnih ili željeznih utega na kobilicu.

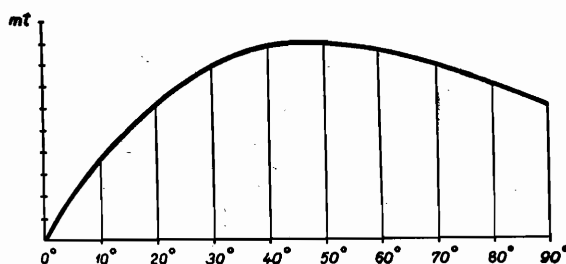
---

* Tank na brodu zove se spremište za tekućine.

Leži li težište broda suviše duboko, postaje brod vrlo stabilan i pod utjecajem vanjskih sila malo se naginje, i njegovi su njihaji malene amplitude, ali su zato nagli. Brod se manje nagne, a naglije vrati. Brod



Sl. 80.



Sl. 81.

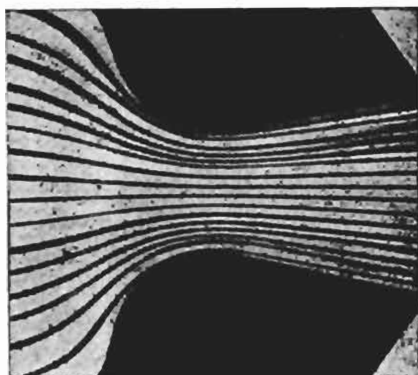
s manjom metacentričkom visinom više se naginje, a sporije vraća. Metacentrička visina kreće se prema veličini broda od 0,30 m do 1,20 m.

Na sl. 80. prikazan je u presjeku trup jedrilice. Kobilica je opterećena olovom tako da se težište spustilo ispod hvatišta uzgona. Takva se lađa ne može prevrnuti pa makar se nagnula za 90°. U dijagramu na sl. 81. prikazana je krivulja momenta stabilnosti takve jedrilice.

III. HIDRODINAMIKA

1. VRSTE STRUJANJA I STRUJNICE

Pod strujanjem se podrazumijeva jednoliko i nejednoliko protjecanje tekućine (a i plinova i para) u cijevima, kanalima, kroz ušća, otvore mlaznice i sapnice, pa protjecanje oko uronjenih tijela. Ako je strujanje takvo da se na svakom mjestu u cijevi i kanalu brzina tokom vremena ne mijenja, onda se takvo strujanje zove *stalno* ili *stacionarno*. Ako se brzina tokom vremena na pojedinom mjestu mijenja, onda je *nestalno* ili *nestacionarno* strujanje.



Sl. 82.

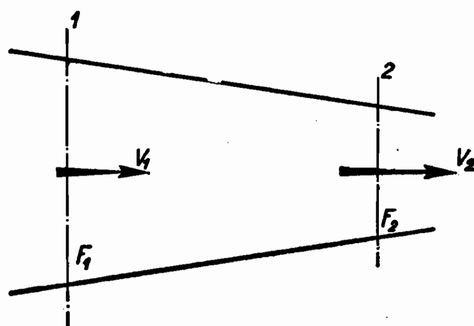
Pratimo li kod strujanja gibanje pojedinih čestica, dobit ćemo crte koje zovemo strujnice. Strujnice su crte koje označuju na svakom mjestu tekućine smjer brzine. Kod stacionarnog strujanja strujnice su stalne i ne mijenjaju ni oblik ni položaj. Kod nestacionarnog strujanja to nije slučaj. Dvije se strujnice ne mogu nikada sjeći, jer bi to značilo da su u sjecištu dvije različite brzine, a to nije moguće. Na sl. 82. prikazan je fotografski snimak strujnica kod strujanja kroz suženje.

2. JEDNADŽBA KONTINUITETA

Kroz cijev na sl. 83. s različitim promjerima struji tekućina i potpuno je ispunjava. Količina tekućine Q koja prolazi kroz pojedini presjek u jedinici vremena jest

$$Q = F v$$

pri tom je F presjek cijevi na nekom određenom mjestu, a v brzina tekućine na tom presjeku. Količina tekućine koja prolazi u jedinici vremena, ili *protok* Q, mjeri se obično u m³/s.



Sl. 83.

Neka budu na presjecima 1 i 2 površine F_1 *i* F_2 *i* pripadne brzine v_1 i v_2; to možemo pisati:

za presjek 1:

$$Q_1 = F_1 v_1$$

za presjek 2:

$$Q_2 = F_2 v_2$$

Budući da su količine tekućine koje prolaze kroz presjeke 1 i 2 jednake:

$$Q_1 = Q_2$$

proizlazi da je

$$F_1 v_1 = F_2 v_2$$

ili:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{F_2}{F_1}$$

Brzine se odnose obrnuto kao presjeci.

Ako pretpostavimo da nam je poznat presjek F_1 i brzina v_1, možemo izračunati vrijednost $F_1 v_1$. Odaberemo li presjek 3 s površinom F_3 i brzinom v_3, dobivamo da je

$$F_1 v_1 = F_3 v_3$$

Za bilo koji presjek F s pripadnom brzinom v izgledala bi jednadžba:

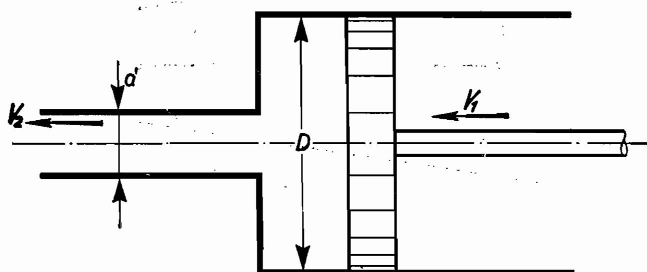
$$F_1 v_1 = F v$$

Prema tome, bit će za bilo koji presjek umnožak Fv jednak poznatoj vrijednosti $F_1 v_1$, tj. bit će konstantan. Općenito se može pisati:

$$F\,v = konst.$$

Ova se jednadžba zove jednadžba kontinuiteta. Ona vrijedi za tekućine, a za plinove samo dotle dok su promjene obujma tako malene da se mogu zanemariti.

PRIMJER: Stap promjera $D = 20$ cm giba se brzinom od $v_1 = 0{,}2$ m/s i istiskuje vodu kroz cijev promjera $d = 5$ cm (sl. 84). Kolika će biti brzina vode u cijevi?



Sl. 84.

Rješenje: Primijenit ćemo jednadžbu kontinuiteta:

$$F_1 v_1 = F_2 v_2$$

$$v_2 = \frac{F_1}{F_2} v_1$$

$$v_2 = \frac{\frac{D^2 \pi}{4}}{\frac{d^2 \pi}{4}} v_1 = \frac{D^2}{d^2} v_1$$

$$v_2 = \frac{20^2}{5^2} \cdot 0{,}2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3{,}2 \text{ m s}$$

ZADACI

1. Ako se cijev proširi za 50%, za koliko će se smanjiti brzina?

2. Koliki mora biti promjer cijevi da bi na sat proteklo 200 m³ vode uz brzinu od 3 m/s?

3. Mjere kanala trapeznog presjeka zadane su na sl. 135. Ako je dubina vode 0,90 m i srednja brzina 1,1 m/s, kolika će količina vode protjecati u minuti?

3. ENERGIJA TEKUĆINE

Tekućine mogu imati energiju u raznim oblicima.

a) Energija gibanja

Svako tijelo koje se giba posjeduje energiju gibanja ili kinetičku energiju. Kinetička energija

$$E_v = \frac{m\,v^2}{2}\ [\text{kpm}]$$

ili, ako masu izrazimo pomoću težine:

$$E_v = \frac{G\,v^2}{2g}$$

Energija za 1 kp tekućine ($G = 1$ kp)

$$E_v = \frac{v^2}{2g}\ [\text{kpm}]$$

Ovu ćemo posljednju jednadžbu ubuduće najviše upotrebljavati jer se u hidraulici kod teoretskih razmatranja redovito računa s jednim kilopondom tekućine.

b) Energija položaja

Energija je položaja općenito:

$$E_h = G\,h\ [\text{kpm}]$$

i za 1 kp:

$$E_h = h\ [\text{kpm}]$$

c) Energija tlaka

Cijev A spojena je cilindrom u kojem se može kretati stap (sl. 85). Središnjica cilindra na istoj je visini kao i priključeno mjesto. Ukupna sila na stap iznosi pF, a radnja koju ta sila obavi na stapnom putu s, jest radnja tlaka $L = pFs$. Tu radnju mogla je tekućina obaviti jer posjeduje *tlačnu energiju.* Ona je jednaka:

$$E_p = L = pFs\ [\text{kpm}]$$

Radnju je obavila tekućina koja ispunjava volumen Fs:

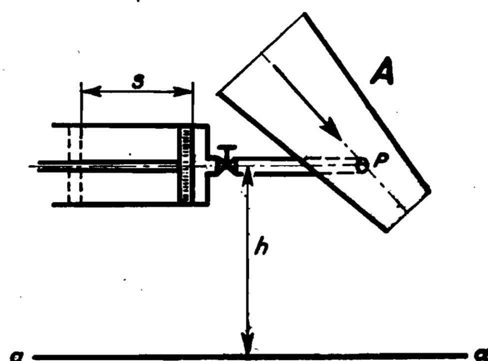
$$G = \gamma Fs \text{ [kp]}$$

$$Fs = \frac{G}{\gamma}$$

$$E_p = \frac{pG}{\gamma} \text{ [kpm]}$$

Energija za 1 kp tekućine ($G = 1$ kp)

$$E_p = \frac{p}{\gamma} \text{ [kpm]}$$



Sl. 85.

4. BERNOULLIJEVA JEDNADŽBA

Općenito uzevši, tekućina može posjedovati istovremeno energiju u sva tri oblika. Kilopond tekućine u visini h, koja se giba brzinom v i u kojoj vlada specifični tlak p, imat će energije položaja, brzine i tlaka

$$E = h + \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} \text{ [kpm]}$$

Zamislimo da se idealna tekućina giba stacionarno kroz cijev promjenljivog presjeka (sl. 86).

Proizvoljno ćemo odabrati vodoravnu ravninu a—a odakle ćemo mjeriti visinu h. Neka bude u presjeku *1* brzina tekućine v_1, srednja visina h_1 i tlak p_1. U presjeku *2* neka bude v_2, h_2 i p_2.

Energija 1 kp tekućine u presjeku *1* jest

$$E_1 = h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma}$$

U presjeku 2 energija je tekućine

$$E_2 = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma}$$

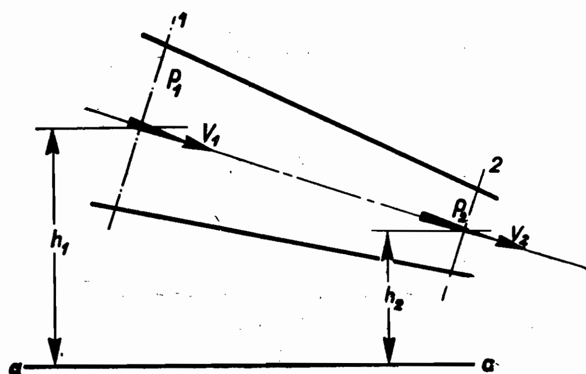
Ako idealna tekućina između presjeka 1 i 2 nije obavila nikakvu radnju, a niti je energija izvana dovedena, onda moraju energije u presjecima 1 i 2 biti međusobno jednake:

$$E_1 = E_2$$

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_1}{\gamma} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma}$$

ili općenito:

$$h + \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} = \text{konst.}$$



Sl. 86.

Ta se jednadžba zove Bernoullijeva* jednadžba. Riječima se može izraziti ovako:

Kod stacionarnog strujanja idealne tekućine zbroj energija položaja, brzine i tlaka za sve presjeke jest konstantna veličina.

Primjena Bernoullijeve jednadžbe u hidraulici vrlo je velika, o čemu ćemo se uvjeriti iz daljnjeg izlaganja.

* Daniel Bernoulli (1700—1782), švicarski matematičar i fizičar, sin slavnog matematičara Johanna Bernoullija.

5. PRIMJENA BERNOULLIJEVE JEDNADŽBE

a) Istjecanje iz posude

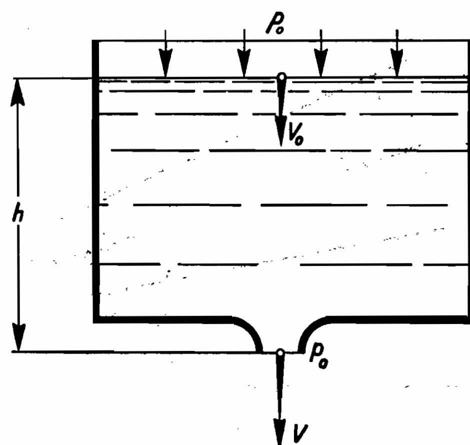
Iz posude koja ima otvor na dnu istječe idealna tekućina (sl. 87). Pretpostavit ćemo da u posudu utječe upravo toliko tekućine koliko istječe, tako da je visina stupca tekućine h stalna.

Bernoullijeva jednadžba za razinu tekućine i za otvor na dnu glasi:

$$h + \frac{v_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} = \frac{v^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma}$$

Naime, na razini tekućine i na ušću otvora vlada atmosferski tlak p_0.

$$h + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v^2}{2g}$$



Sl. 87.

Ako je presjek posude velik prema otvoru na dnu, onda iz jednadžbe kontinuiteta proizlazi da je v_0 malen prema v, a v_0^2 još znatno manji.

Stoga se može član $\frac{v_0^2}{2g}$ zanemariti prema $\frac{v^2}{2g}$, i posljednja jednadžba dobiva oblik:

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

Brzina istjecanja bit će, prema tome:

$$v = \sqrt{2\,g\,h}$$

Brzina istjecanja ovisi samo o vertikalnoj udaljenosti otvora ispod razine tekućine, a ne ovisi o vrsti tekućine.

Da bi tekućina dobila brzinu v istjecanja, potrebno je da visina h stupca tekućine bude:

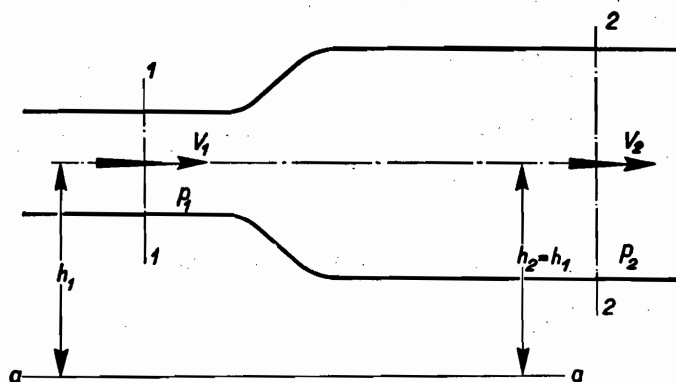
$$h = \frac{v^2}{2g}$$

i ta se visina stoga zove v i s i n a b r z i n e.

b) Promjena presjeka toka

Cijev kroz koju protječe voda proširuje se (sl. 88). Da bismo ispitali uvjete pod kojima voda protječe, zamislit ćemo dva presjeka: *1—1* i *2—2* i za te presjeke napisat ćemo Bernoullijevu jednadžbu. Visinu h mjerit ćemo od proizvoljne vodoravne ravnine *a—a*.

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_1}{\gamma} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma}$$



Sl. 88.

ili

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma}$$

Zbroj kinetičke i tlačne energije jednak je za oba presjeka. Budući da je brzina v_2 manja od brzine v_1, kinetička je energija tekućine u presjeku 2—2 manja od kinetičke energije u presjeku 1—1. Iz Bernoullijeve jednadžbe proizlazi da je kod horizontalne cijevi tlačna energija, a time i tlak u presjeku 2—2 veći nego u presjeku 1—1.

Proširenjem cijevi smanjuje se brzina, a povećava se tlak.

Povećanje tlaka može se odrediti iz gornje jednadžbe ovako:

$$\frac{p_2}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}$$

i otuda je

$$p_2 - p_1 = \frac{\gamma}{2g}(v_1^2 - v_2^2)$$

PRIMJER: Promjer horizontalne cijevi povećava se od $d_1 = 100$ mm na $d_2 = 200$ mm. Ako je na užem mjestu cijevi brzina $v_1 = 2$ m/s i tlak 2 at, koliki će biti tlak na proširenom mjestu cijevi?

R j e š e n j e : Brzina v_2 vode na proširenom dijelu cijevi može se odrediti iz jednadžbe kontinuiteta $F_1 v_1 = F_2 v_2$:

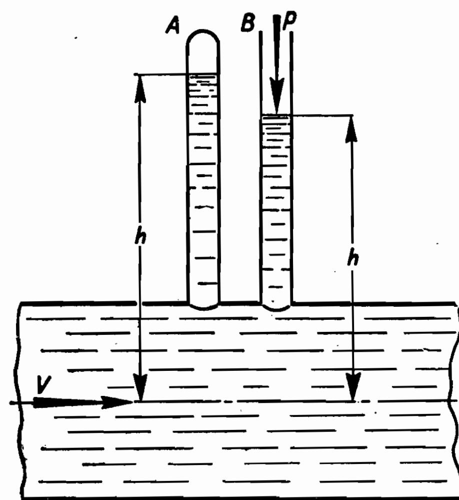
$$v_2 = \frac{F_1}{F_2} \cdot v_1 = \frac{\frac{d_1^2 \pi}{4}}{\frac{d_2^2 \pi}{4}} \cdot v_1 = \frac{d_1^2}{d_2^2} \cdot v_1 = \frac{0{,}1^2}{0{,}2^2} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}5 \text{ m/s}$$

Povišenje tlaka izračunat ćemo s pomoću jednadžbe

$$p_2 - p_1 = \frac{\gamma}{2g}(v_1^2 - v_2^2)$$

$$p_2 - p_1 = \frac{1000}{2 \cdot 9{,}81}(2^2 - 0{,}5^2) \frac{\text{kp}}{\text{m}^2} = 191 \text{ kp/m}^2 \approx 0{,}019 \text{ at.}$$

c) Statički i dinamički tlak



Sl. 89.

Tlak u nekoj cijevi može se mjeriti pijezometrom. Pijezometrička cijev dovede se do mjesta na kojem se želi odrediti tlak. Zbog djelovanja tlaka u cijevi podigne se tekućina u cijevi. Kod upotrebe gore zatvorene cijevi A na sl. 89. i zrakopraznog prostora iznad stupca tekućine, odgovara visina stupca apsolutnom tlaku na mjestu mjerenja:

$$\gamma h = p$$

$$h = \frac{p}{\gamma}$$

Ako je cijev B gore otvorena (sl. 89), što je redovito slučaj kod praktičnih mjerenja, onda stupac vode odgovara pretlaku.

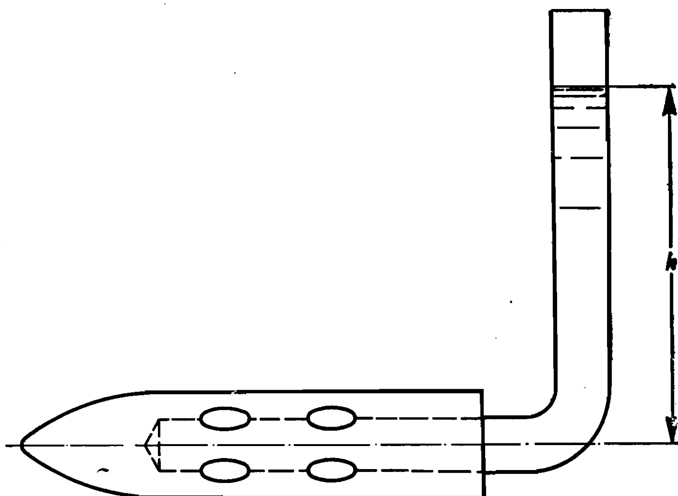
Za donji otvor cijevi vrijedi, naime, jednadžba

$$p = \gamma h' + p_0$$

$$h' = \frac{p - p_0}{\gamma}$$

Donji otvor pijezometra mora biti tangencijalan na smjer strujanja tekućine da bi se tako uklonile smetnje od strujanja.

Na sl. 90. prikazan je praktično izveden pijezometar. On se sastoji od tanke cijevi koja sa strane ima rupice i vertikalne manometarske cijevi. Ta se cijev postavi u smjeru strujanja tekućine.



Sl. 90.

Tlak koji se mjeri pijezometrom statički je tlak ili hidrostatski tlak, a visina stupca vode u pijezometru koja odgovara statičkom tlaku zove se *visina tlaka* ili *pijezometarska visina.*

Na sl. 91. prikazana je cijev koja je svinuta u smjeru protivnom od smjera strujanja tekućine. To je tzv. Pitotova* cijev. Napisat ćemo Bernoullijevu jednadžbu za točku 1 i za točku 2 neposredno na ušću cijevi:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + h_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + h_1$$

* Henri Pitot [Pitó] (1695—1771), francuski fizičar i inženjer.

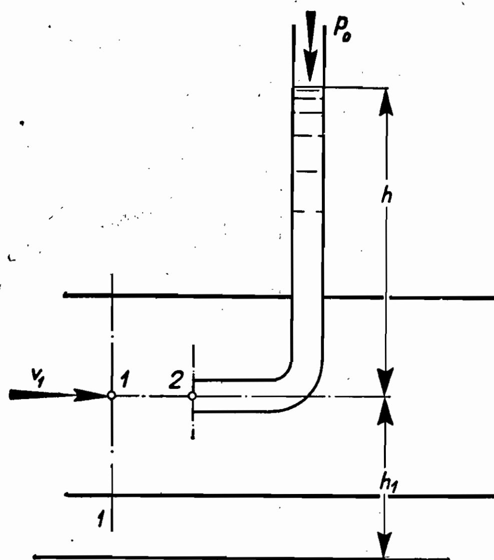
Brzina na ušću cijevi u točki 2 jednaka je nuli:

$$v_2 = 0$$

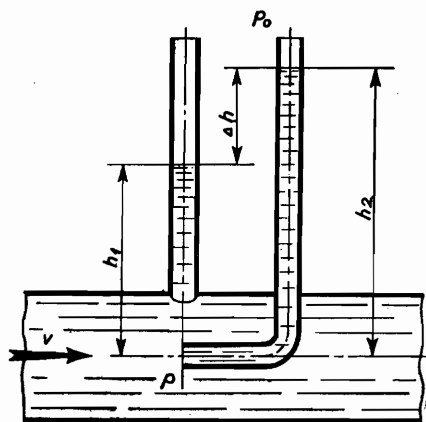
$$\frac{v}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma}$$

Tlak p_2 na ušću cijevi drži ravnotežu sa stupcem tekućine visine h i atmosferskim tlakom p_0:

$$p_2 = h\,\gamma + p_0$$



Sl. 91.



Sl. 92.

Ako ovu vrijednost za p_2 unesemo u gornju jednadžbu, dobivamo:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{h\gamma + p_0}{\gamma}$$

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = h + \frac{P_0}{\gamma}$$

$$h = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1 - p_0}{\gamma}$$

Stupac tekućine visine h jednak je zbroju $\frac{v_1^2}{2g}$ i $\frac{p_1 - p_0}{\gamma}$. Znamo da je $\frac{p_1 - p_0}{\gamma}$ visina tlaka. Stupac tekućine koji odgovara vrijednosti $\frac{v_1^2}{2g}$ zove se *visina brzine*.

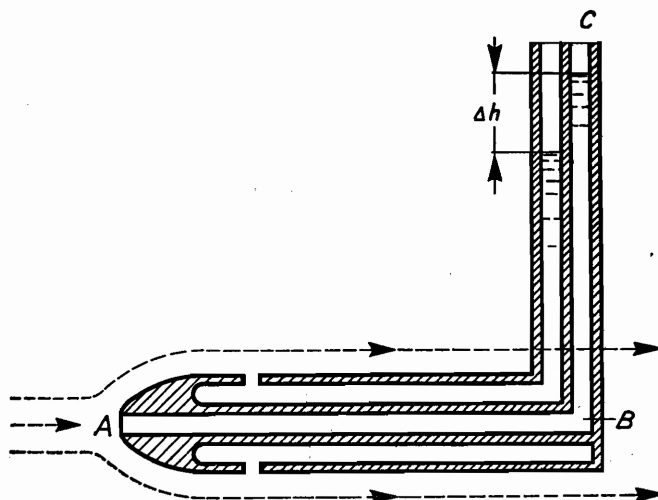
Visina stupca tekućine jednaka je zbroju visine brzine i visine tlaka.

Na sl. 92. postavljene su pijezometarska cijev i Pitotova cijev jedna kraj druge; visina stupca tekućine u pijezometru jest

$$h_1 = \frac{p - p_0}{\gamma}$$

a u Pitotovoj cijevi:

$$h_2 = \frac{v^2}{2g} + \frac{p - p_0}{\gamma}$$



Sl. 93.

Razlika u visini tekućine jest:

$$\Delta h = h_2 - h_1$$

$$\Delta h = \frac{v^2}{2g} + \frac{p - p_0}{\gamma} - \frac{p - p_0}{\gamma}$$

$$\Delta h = \frac{v^2}{2g}$$

Razlika visina stupaca u objema cijevima daje visinu brzine. Visina stupca Δh odgovara izvjesnom tlaku:

$$p_d = \gamma \Delta h = \frac{\gamma v^2}{2g}$$

Tlak *pd* zove se u tehnici *dinamički tlak.*

Na sl. 93. prikazana je praktična izvedba sprave, tzv. Prandtlova cijev, koja djeluje na netom opisanom principu. Tanka cijev *ABC* u stvari

je Pitotova cijev. Ona se postavi u smjeru protivnom od smjera strujanja tekućine. S vanjske strane Pitotove cijevi nalazi se pijezometarska cijev.

Prandtlova cijev upotrebljava se najčešće za mjerenje brzine plinova.

PRIMJER: Prandtlova cijev (sl. 93) pokazuje da je $\Delta h = 40$ mm. Kolika je brzina tekućine?

Rješenje:

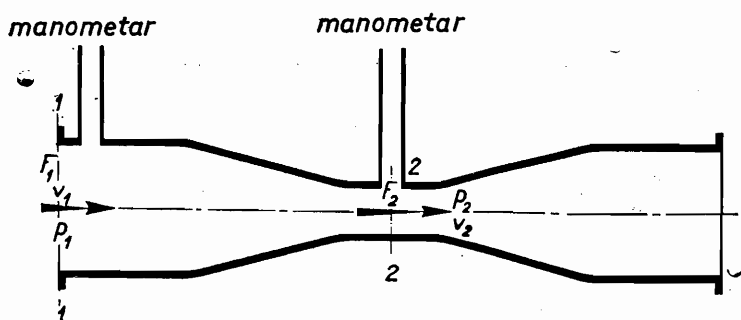
$$h = \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}04}\,\frac{\mathrm{m}}{s} = 0{,}885\ \mathrm{m/s}$$

d) Venturijeva cijev

Za mjerenje količine protoka u cijevima upotrebljava se u tehnici Venturijev vodomjer. On se u biti sastoji od horizontalne cijevi koja je u sredini sužena (sl. 94).



Sl. 94.

Bernoullijeva jednadžba za presjeke 1 i 2 u slučaju idealne tekućine glasi:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Iz jednadžbe kontinuiteta $F_1 v_1 = F_2 v_2$ može se odrediti $v_1 = v_2$ pa Bernoullijeva jednadžba prelazi u

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 F_2^2}{2g F_1^2} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

a odavde se brzina v_2 izražava ovako:

$$\frac{v_2^2}{2g}\left(1-\frac{F_2^2}{F_1^2}\right)=\frac{p_1-p_2}{\gamma}$$

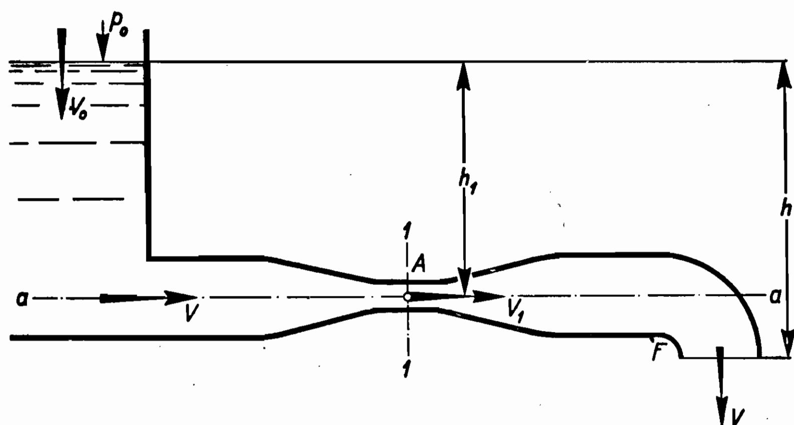
$$v_2^2=\frac{2g\,(p_1-p_2)}{\gamma\left(1-\frac{F_2^2}{F_1^2}\right)}$$

$$v_2=\sqrt{\frac{2g\,(p_1-p_2)}{\gamma\left(1-\frac{F_2^2}{F_1^2}\right)}}$$

Protok Q je, prema tome,

$$Q=F_2v_2=F_2\sqrt{\frac{2g\,(p_1-p_2)}{\gamma\left(1-\frac{F_2^2}{F_1^2}\right)}}$$

Tlakovi p_1 i p_2 određuju se izravno manometrima koji su prikopčani cijevima na presjeke *1* i *2* ili diferencijalnim manometrom koji mjeri odmah razliku tlakova $p_1 - p_2$.



Sl. 95.

e) Djelovanje sisanja

Kroz cijev sa znatnim suženjem u sredini struji voda brzinom v (sl. 95). Ta brzina ovisi, ako zanemarimo trenje, o visini stupca vode h, tj.

$$v=\sqrt{2gh}$$

Bernoullijeva jednadžba za razinu vode i presjek na suženju 1—1 glasi:

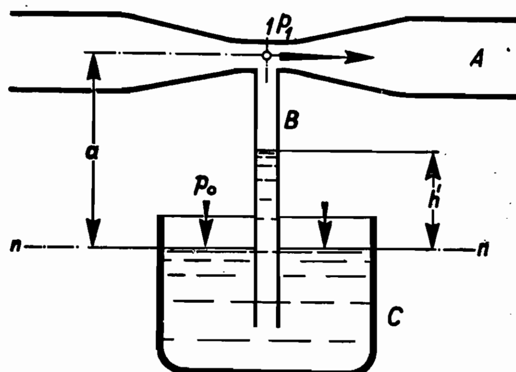
$$\frac{v_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + h_1 = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma}$$

Kako je površina razine vode znatno veća od presjeka cijevi na suženju, može se brzina v_0 prema brzini v_1 zanemariti:

$$\frac{p_0}{\gamma} + h_1 = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma}$$

$$\frac{p_0 - p_1}{\gamma} = \frac{v_1^2}{2g} - h_1$$

Ako je visina brzine $\frac{v_1^2}{2g}$ veća od visine h_1, bit će desna strana jednadžbe veća od nule. Kako u tom slučaju mora biti istodobno i lijeva strana veća od nule, to je p_1 manje od p_0. Tlak u suženju bit će u tom slučaju manji od atmosferskog tlaka.



Sl. 96.

Kad bismo u presjeku 1—1 probušili rupicu i postavili u nju cijev *B*, kako je nacrtano na sl. 96, digao bi se stupac tekućine. Visinu h' ovog stupca tekućine možemo odrediti ako napišemo uvjet ravnoteže za presjek *n*—*n*:

$$p_1 + \gamma h' = p_o$$

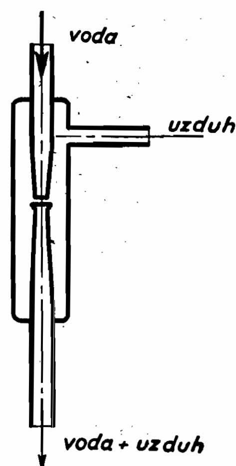
$$h' = \frac{p_0 - p_1}{\gamma}$$

Stupac h' jednak je razlici visina tlakova.

Kad bi udaljenost između suženja cijevi i razine u posudi *C*, tj. udaljenost *a* bila manja od stupca h', nastalo bi strujanje vode iz posude *C* kroz cijev *B* u cijev *A*. Kad ne bi bilo cijevi *B*, ulazio bi kroz rupicu u

cijev A zrak, jer je tlak u suženom dijelu cijevi A manji nego vanjski atmosferski tlak.

Ako je suženje dovoljno veliko, može tlak u suženom mjestu cijevi postati jednak nuli. Postavimo li u jednadžbi



Sl. 97.

$$\frac{p_0}{\gamma} + h_1 = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma}$$

da je $p_1 = 0$, možemo odrediti kod koje će brzine v_1, odnosno kod kojeg suženja to nastupiti:

$$\frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_0}{\gamma} + h_1$$

$$v_1 = \sqrt{2g\left(\frac{p_0}{\gamma} = h_1\right)}$$

Iz jednadžbe kontinuiteta $v_1 F_1 = v F$ proizlazi $v_1 = v \dfrac{F}{F_1}$

Mjesto v možemo pisati $\sqrt{2gh}$, pa je

$$v_1 = \frac{F}{F_1}\sqrt{2gh}$$

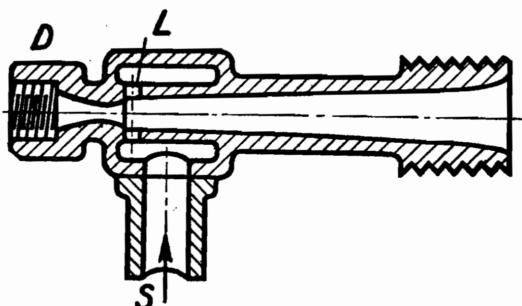
Prema tome

$$\frac{F}{F_1}\sqrt{2gh} = \sqrt{2g\left(\frac{p_0}{\gamma} + h_1\right)}$$

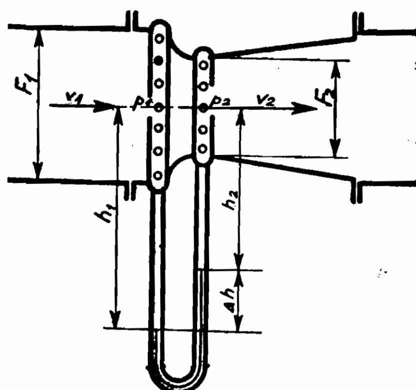
odnosno

$$\frac{F}{F_1} = \sqrt{\frac{\frac{p_0}{\gamma} + h_1}{h}}$$

Po opisanom primjeru građene su mnoge mlazne sisaljke. Kao sredstvo koje struji i siše upotrebljava se voda, ali i zrak i para. Na sl. 97. prikazana je vodena mlazna sisaljka za sisanje zraka kakva se upotrebljava u laboratorijima. Sl. 98. predočuje tehnički izvedenu mlaznu sisaljku (ejektor). Sisaljka se, npr., spoji s gradskim vodovodom. Tlačna voda struji kroz mlaznicu D, siše kroz rupice L vodu iz sisne cijevi S i tlači je u tlačni vod prikopčan s desne strane. Upotrebom tlačne vode iz gradskog vodovoda (3,5—4 atp) može se voda dizati 8—10 m visoko, uz visinu sisanja do 3 m.



Sl. 98.



Sl. 99.

PRIMJERI: 1. U cijevi unutarnjeg promjera 200 mm ugrađen je Venturijev vodomjer s otvorom od 120 mm. Mjerni diferencijalni manometar pokazuje razliku tlakova $\Delta h = 186$ mm s. ž. (sl. 99).

Odredi protok i brzinu strujanja vode u cijevi.

Rješenje: Na diferencijalnom manometru vidi se da je razlika živinih stupaca $\Delta h = 186$ mm. Cijevi iznad živinih stupaca napunjene su vodom specifične težine γ_v.

Napisat ćemo jednadžbu za tlakove s obje strane mjerne cijevi:

$$p_1 + h_1 \gamma_v = p_2 + h_2 \gamma_v + \Delta h \gamma_ž$$

$$p_1 - p_2 = \Delta h \gamma_ž - (h_1 - h_2) \gamma_v \qquad (h_1 - h_2 = \Delta h)$$

$$p_1 - p_2 = \Delta h (\gamma_ž - \gamma_v) \ [\text{kp/m}^2]$$

$$p_1 - p_2 = \Delta h (13\,600 - 1000)$$

$$p_1 - p_2 = 12\,600 \cdot \Delta h \ \text{kp/m}^2 \qquad (\Delta h \text{ u m})$$

Ako se uvrsti Δh u mm, bit će:

$$p_1 - p_2 = 12{,}6 \cdot \Delta h \ \text{kp/m}^2$$

Razlika tlakova u ovom primjeru jest:

$$p_1 - p_2 = 12{,}6 \cdot 186 = 2340 \ \text{kp/m}^2$$

$$F_1 = \frac{D^2 \pi}{4} = \frac{0{,}2^2 \pi}{4} = 0{,}0314 \ \text{m}^2$$

$$F_2 = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{0{,}12^2 \pi}{4} = 0{,}0113 \ \text{m}^2$$

$$1-\frac{F_2^{\,2}}{F_1^{\,2}}=1-\left(\frac{0{,}0113}{0{,}0314}\right)^2=1-0{,}13-0{,}87$$

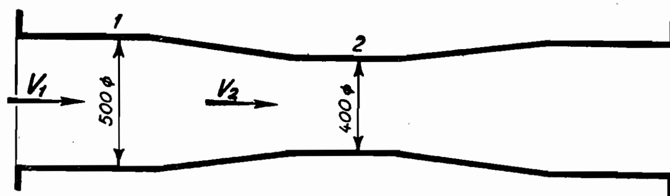
$$Q=0{,}0113\sqrt{\frac{2\cdot 9{,}81\cdot 2340}{1000\cdot 0{,}87}}=0{,}0113\cdot\sqrt{52{,}77}=0{,}082\ \mathrm{m^3/s}$$

Brzina strujanja u cijevi

$$v_1=\frac{Q}{F_1}=\frac{0{,}082}{0{,}0314}=2{,}61\ \mathrm{m/s}$$

Ovaj proračun vrijedi samo za idealnu tekućinu. Za realnu tekućinu naveden je način proračuna na str. 164.

2. Zrak pod atmosferskim tlakom struji kroz cijev promjera $d_1 = 500$ mm (sl. 100). Na mjestu 2 cijev je sužena i tamo je promjer $d_2 = 400$ mm. Temperatura je zraka 20° C, a brzina $v_1 = 20$ m/s. Koliki je tlak na suženom mjestu?



Sl. 100.

R j e š e n j e : Bernoullijeva jednadžba za presjeke 1 i 2 glasi:

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{v_1^{\,2}}{2g}=\frac{p_2}{\gamma}+\frac{v_2^{\,2}}{2g}$$

Budući da u presjeku 1 vlada atmosferski tlak, postavit ćemo da je $p_1 = 0$, pa će tako p_2 značiti pretlak ili potlak:

$$\frac{v_1^{\,2}}{2g}=\frac{p_2}{\gamma}-\frac{v_2^{\,2}}{2g}$$

Tlak na suženom mjestu izračuna se, prema tome, iz jednadžbe

$$\frac{p_2}{\gamma}=\frac{v_1^{\,2}}{2g}-\frac{v_2^{\,2}}{2g}$$

Visina brzine u presjeku 1 jest

$$\frac{v_1^{\,2}}{2g}=\frac{20^2}{29{,}81}\ \mathrm{m}=20{,}3\ \mathrm{m}$$

Iz jednadžbe kontinuiteta $F_1 v_1 = F_2 v_2$ može se izračunati:

$$v_2 = \frac{F_1}{F_2} \cdot v_1 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

$$v_2 = \frac{0{,}5^2}{0{,}4^2} \cdot 20 = 31{,}3 \text{ m/s}$$

pa je visina brzine u presjeku 2

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{31{,}3^2}{2 \cdot 9{,}81} \approx 50 \text{ m}$$

Dakle je tlak u presjeku 2

$$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = 20{,}3 \text{ m} - 50 \text{ m} = -29{,}7 \text{ m stupca zraka}$$

ili:

$$p_2 = -\gamma \cdot 29{,}7 \frac{\text{kp}}{\text{m}^2}$$

$$p_2 = -1{,}20 \cdot 29{,}7 \frac{\text{kp}}{\text{m}^2} = -35{,}6 \text{ kp/m}^2$$

Na suženom mjestu vladat će potlak od 35,6 kp/m² ili 35,6 mm s. v.

ZADACI

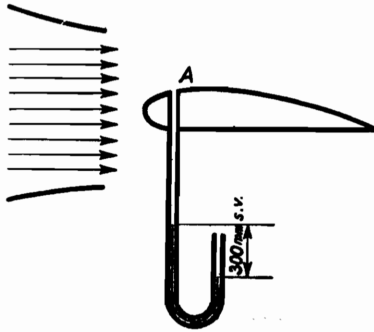
1. Kod suženja prema sl. 100. iznosi $p_1 = 1{,}1$ at, $v_1 = 4$ m/s. Koliki je potlak u suženju 2 ako kroz cijev struji:
a) voda,
b) zrak od 20° C?

2. U zračnom kanalu ispituje se avionsko krilo (sl. 101). Brzina zraka iznosi v = 40 m/s. Na mjestu *A* određen je potlak od 300 mm s. v. Kolika je brzina zraka na tom mjestu?

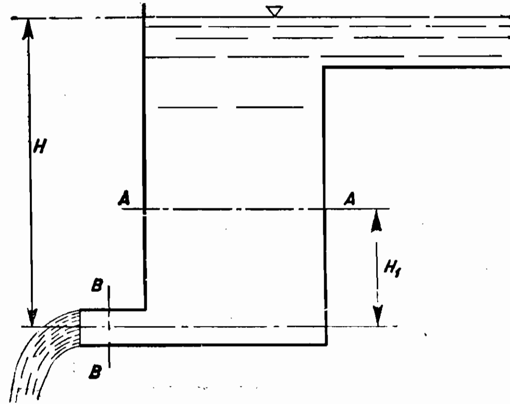
3. Visina je stupca vode $H = 21$ m. Kolika je visina tlaka za presjek *A*—*A* ako je $H_1 = 8$ m i ako se presjeci *A*—*A* i *B*—*B* odnose kao 1,5 : 1 (sl. 102)?

4. Kondenzator parnog stroja (sl. 103) siše vodu iz bunara. Visina je sisanja $h = 5{,}7$ m. Kazaljka vakuum-metra pokazuje apsolutni tlak od 12 cm s. ž. Atmosferski je tlak 753 mm s. ž.

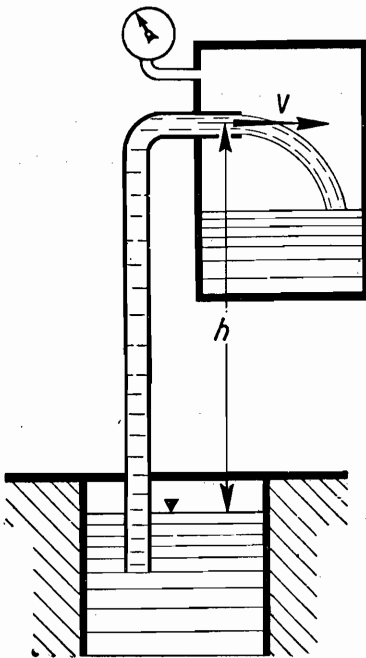
Treba naći:
a) apsolutni tlak u kondenzatoru u kp/m² i ata;
b) brzinu istjecanja vode u kondenzator;
c) količinu vode koja istječe u sekundi, ako je promjer cijevi 60 mm.



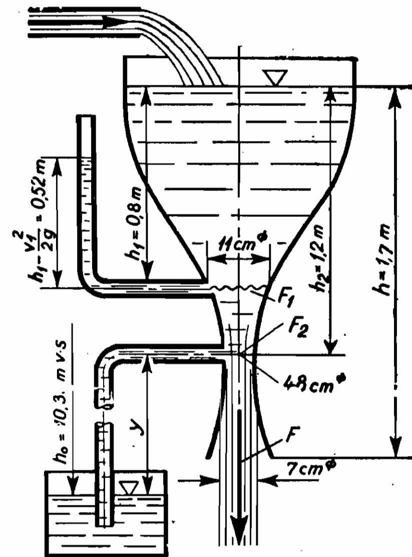
Sl. 101.



Sl. 102.



Sl. 103.



Sl. 104.

5. Slika 104. prikazuje posudu u kojoj se nalazi voda. Zbog stalnog dotjecanja vode razina ima stalnu visinu. Izračunajte:

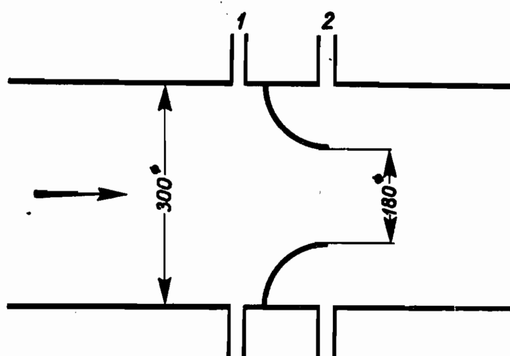
a) kolika je brzina istjecanja idealne tekućine u presjeku F (potrebne dimenzije označene su na slici);

b) koliki pritisak djeluje u presjeku F_1;

c) koliki pritisak djeluje u presjeku F_2;

d) iz koje se dubine y može sisati voda kroz cijev koja je priključena na presjek F_2.

6. U svrhu mjerenja protoka zraka postavljena je u cijev mjerna sapnica. Promjer je cijevi d_1 = 300 mm i sapnice 180 mm (sl. 105). Ako kroz cijev protječe 2500 m³ zraka na sat pod pretlakom od 80 mm s. v., kolika će biti razlika u tlaku ispred sapnice i iza sapnice? Temperatura je zraka 15° C.



Sl. 105.

6. UNUTRAŠNJE TRENJE U TEKUĆINI

Kod strujanja realne tekućine nastaje zbog međusobnog pomicanja djelića tekućine unutrašnje trenje, koje se naziva *žilavost* ili *viskoznost*.

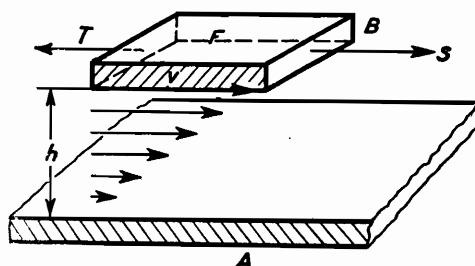
Zamislimo sloj tekućine ograničen dvjema paralelnim pločama, A i B, od kojih je donja nepomična, a gornja ploča površine F giba se brzinom v (sl. 106). Pokusi su pokazali da se vrlo tanki sloj tekućine koji leži uz ploču prilijepi na stijenku, i da se taj sloj može smatrati nepomičnim s obzirom na stijenku. Prema tome, gibat će se sloj tekućine uz gornju stijenku ploče B brzinom v, dok će donji sloj tekućine uz stijenku A mirovati. Slojevi tekućine iznad najdonjeg sloja gibat će se sve većom brzinom nadesno što su dalje od njega. Svaki pojedini sloj brza nadesno prema susjednom donjem sloju, a zaostaje malo prema susjednom gornjem sloju. Budući da pojedini slojevi prianjaju, zbog molekularnih sila, jedan uz drugi, nastaje među slojevima unutrašnje trenje, koje se protivi međusobnom pomicanju pojedinih slojeva. U našem primjeru unutrašnje trenje T opire se gibanju ploče B. Za pomicanje te ploče mora se upotrijebiti sila S, po veličini jednaka, a po smjeru protivna unutrašnjem trenju T.

Pokusi su pokazali da je unutrašnje trenje T proporcionalno veličini površine F, brzini ploče v i obrnuto proporcionalno udaljenosti h među pločama, a neovisno o tlaku pod kojim je tekućina. Osim toga, ovisi unutrašnje trenje i o prirodi tekućine.

Taj odnos poznat je kao *Newtonov* zakon:*

$$T = \eta F \frac{v}{h}$$

Faktor η uzima u obzir trenje u tekućini i zove se koeficijent viskoznosti (žilavosti) ili dinamička viskoznost. Prema tome, dinamička viskoznost je koeficijent unutrašnjeg trenja, a to je ona sila, u kp ili p, koja je potrebna da bi se u sloju tekućine površine 1 cm² i debljine 1 cm pomicao gornji sloj prema donjem brzinom od 1 cm/s. Iz gornje jednadžbe proizlazi da je



Sl. 106.

$$\eta = \frac{T}{F} \frac{h}{v}$$

pa je dimenzija dinamičke viskoznosti (u tehničkim jedinicama):

$$\left[\frac{\text{kp}}{\text{m}^2} \frac{\text{m}}{\text{m/s}}\right] = \left[\frac{\text{kp} \cdot \text{s}}{\text{m}^2}\right]$$

U praktičnim računima mnogo se upotrebljava koeficijent kinematičke žilavosti ν. To je dinamički koeficijent žilavosti η s obzirom na gustoću tekućine ϱ.

$$\nu = \frac{\eta}{\varrho} = \frac{\eta g}{\gamma}$$

Dimenzija je kinematičke žilavosti u mjernom sistemu:

$$\left[\frac{\frac{\text{kp} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\frac{\text{kp}}{\text{m}^3}}\right] = \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right]$$

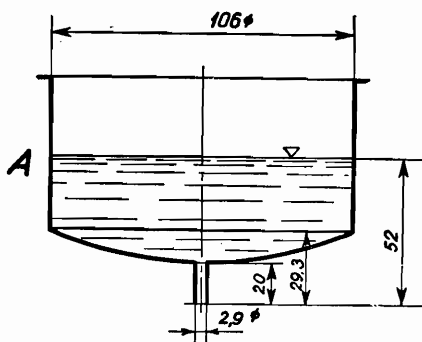
* Isaac Newton (1643—1727), engleski fizičar, matematičar i astronom.

Često se tablicama η i ν daju u apsolutnom fizikalnom mjernom sistemu.

Za dinamičku je žilavost u tom sistemu jedinica $\left[\frac{\text{din} \cdot \text{s}}{\text{cm}^2}\right]$, a zove se poise (čitaj: poaz)[1] i označuje se sa [P]. Manja je jedinica 1 centipoise $[\text{cP}] = \frac{1}{100}$ P. Kod preračunavanja: 1 cP = 0,0102 kp · s/m².

Fizikalna je jedinica za kinematičku žilavost $\left[\frac{\text{cm}^2}{\text{s}}\right]$, a zove se stokes (čitaj: stouks)[2] s oznakom St. Manja je jedinica 1 centistokes [cSt] = $= \frac{1}{100}$ St. Kod preračunavanja:

$$1 \text{ St} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}, \qquad 1 \text{ cSt} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$



Sl. 107.

Žilavost se mijenja s promjenom temperature. Kod tekućina pada žilavost znatno s povišenjem temperature, dok kod plinova postaje žilavost s višom temperaturom veća.

Na kraju knjige nalaze se tablice dinamičke i kinematičke viskoznosti za vodu i zrak.

U tehnici se maziva vrijednost ulja procjenjuje prema kinematičkoj viskoznosti. Međutim, rjeđe se određuje apsolutna viskoznost, o kojoj se prije govorilo, već se najčešće mjeri tzv. relativna viskoznost, što znači da se viskoznost ulja uspoređuje prema nekoj standardnoj vrijednosti. U našim krajevima najviše se upotrebljava Englerov viskozimetar (sl. 107). Taj viskozimetar sastoji se od cilindrične posude *A* na koju se nastavlja uska cjevčica. Cjevčica se zatvara posebnim zatvaračem. Posuda *A* napuni se do određene visine tekućinom viskoznost koje se želi izmjeriti. Posuda *A* može se postaviti u vodenu kupku i tako mjerenje obaviti kod različitih temperatura. Određuje se vrijeme koje je potrebno da isteče 200 cm³ tekućine. Ako je za

[1] U čast francuskom liječniku Jeanu Louisu Marieu Poiseuilleu (1799—1869).
[2] Georg Gabriel Stokes (1819—1869), engleski matematičar i fizičar.

ispitivanu tekućinu vrijeme istjecanja t_1 sekunda, a za istu količinu vode od 20° C t_0, onda je viskoznost ispitivane tekućine u Englerovim stupnjevima °*E:*

$$E = \frac{t_1}{t_0} \, [°E]$$

Mjesto Englerova viskozimetra upotrebljava se za opću namjenu u Engleskoj Redwood I, a u Americi Sayboltov Universal viskozimetar i Redwood II, pa Saybolt-Furol viskozimetar za guste tekućine. Kod njih se označuje viskoznost ulja izravno u sekundama za koje je vrijeme istekla neka određena količina ispitivane tekućine.

Postoje posebne tablice u tehničkim priručnicima, pomoću kojih se mogu međusobno preračunati relativne viskoznosti dobivene raznim viskozimetrima, a i za ove vrijednosti naći odgovarajuće vrijednosti u apsolutnom mjernom sistemu. Na kraju knjige nalazi se takva tablica za preračunavanje.

7. LAMINARNO I TURBULENTNO STRUJANJE

U pogledu rasporeda brzina i otpora kod strujanja razlikujemo dva načina strujanja: laminarno i turbulentno.

a) Laminarno[1] ili slojevito strujanje

Kod laminarnog strujanja gibaju se čestice tekućine u slojevima bez međusobnog miješanja. Brzine pojedinih slojeva raspoređene su u cijevi kako je to prikazano na sl. 108. Maksimalna je brzina u sredini, dok su uz stijenke brzine jednake nuli. Brzina se od ruba do sredine mijenja po paraboli.

Laminarno strujanje nastaje samo kod razmjerno malenih brzina, npr. kod gibanja ulja u spravama za mjerenje viskoznosti, gibanja ulja kod podmazivanja, gibanja podzemne vode, gibanja vode kod središnjeg grijanja toplom vodom, prolaženja tekućine kroz filtre.

b) Turbulentno ili vrtložno strujanje

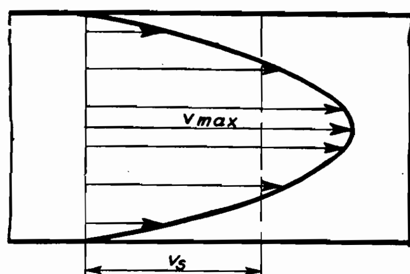
Kod turbulentnog[2] strujanja tekućina se miješa. Osim glavnog gibanja u smjeru strujanja, postoje istovremeno sporedna gibanja u smjeru okomitom na glavno gibanje.

---

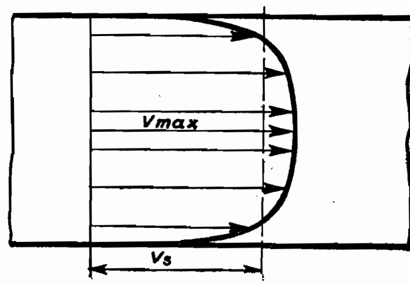
[1] Lat. *lamina* = traka, sloj.
[2] Lat. *turbo* = vrtlog.

Na sl. 109. prikazan je raspored brzina u cijevi kod turbulentnog strujanja. I kod ovog je strujanja brzina uz stijenku jednaka nuli, a maksimalna je brzina u sredini. Razlika u brzinama nije toliko velika kao kod laminarnog strujanja, što se može rastumačiti miješanjem tekućine.

Koji će način strujanja negdje nastupiti, ovisi o dimenzijama cijevi, kanala, o brzini strujanja i o žilavosti tekućine. Velika većina strujanja u prirodi i tehnici jest turbulentna.



Sl. 108.



Sl. 109.

c) Srednja brzina

Ako kroz neki presjek od F m² teče tekućina brzinom v m/s, onda će u jednoj sekundi proteći količina tekućine

$$Q = F v \ [\text{m}^3/\text{s}]$$

Međutim, brzina nije, kako smo vidjeli malo prije, u svim točkama presjeka jednaka. U praksi se nejednolikost u brzini uzima u obzir tako da se računa s nekom srednjom brzinom.

Kod srednje brzine v_s zamišljamo kako je brzina po čitavom presjeku jednaka i kako je tolika da je protok jednak stvarnom protoku:

$$Q = F v_s$$

$$v_s = \frac{Q}{F}$$

Budući da je računanje sa srednjim brzinama znatno jednostavnije, služit ćemo se i nadalje njima, bez obzira na vrstu strujanja, i označivati jednostavno sa v.

Kod laminarnog strujanja srednja je brzina polovina maksimalne, a kod turbulentnog strujanja 0,87—0,8 maksimalne brzine (sl. 108. i 109).

8. REYNOLDSOV BROJ

Reynolds* je pokusima ustanovio da laminarno strujanje prelazi kod izvjesne kritične brzine u turbulentno strujanje, i da kritična brzina ovisi kod strujanja kroz ravne cilindrične cijevi i o promjeru cijevi i žilavosti tekućine.

Turbulentno strujanje nastupa ako je omjer $\frac{v\,d}{\nu} = 2320$, gdje je v brzina tekućine u m/s, d promjer cijevi u m, ν kinematička žilavost u m^2/s.

Razlomak $\frac{v\,d}{\nu}$ označuje se sa R_e i zove se Reynoldsov broj:

$$R_e = \frac{v\,d}{\nu}$$

Taj je broj bez dimenzije.

Ako je kod strujanja neke tekućine kroz cijev Reynoldsov broj manji od 2320, onda je strujanje laminarno. Naprotiv, strujanje s Reynoldsovim brojem većim od 2320 je turbulentno, ali u području R_e između 2000 i 3000 moguća su oba načina strujanja — to je kritično područje. Prijelaz laminarnog na turbulentno strujanje događa se pod utjecajem bilo kakve smetnje, i to lakše što je veći broj R_e.

PRIMJERI: 1. Ispitat ćemo kod kojih brzina počinje kod vode turbulentno strujanje, i to u cijevima promjera 10 i 100 mm.

Kinematička je žilavost za vodu temperature 20° C $\nu = 1{,}01 \cdot 10^{-6}$ m^2/s.

Rješenje: Iz jednadžbe $R_e = \frac{v\,d}{\nu}$ može se odrediti brzina

$$v = \frac{R_e \nu}{d}$$

Uzet ćemo da je $R_e = 2320$.

Ako se radi o cijevi od 10 mm promjera, onda je

$$v_1 = \frac{2320 \cdot 1{,}01 \cdot 10^{-6}}{0{,}01} = 0{,}234 \text{ m/s}$$

* Osborne Reynolds (1842—1912), engleski fizičar.

Ako se radi o cijevi od 100 mm promjera, onda je

$$v_2 = \frac{2320 \cdot 1{,}01 \cdot 10^{-6}}{0{,}1} = 0{,}023 \text{ m/s}$$

Što je cijev većeg promjera, to se turbulentno strujanje pojavljuje već kod manjih brzina. U tehnici transporta tekućina kroz cijevi i kanale strujanje je redovito turbulentno, s iznimkom kod vrlo viskoznih tekućina.

2. Kroz cijev promjera 200 mm teče ulje temperature 60° C brzinom od 0,5 m/s. Kakvo će biti strujanje?

Rješenje: Za ulje od 60° C kinematička je žilavost (vidi tablicu na kraju knjige)

$$\nu = 40 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$$

$$R_e = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}02}{40} 10^6 = 250$$

Budući da je $R_e < 2320$, strujanje će biti laminarno.

3. Kod koje brzine uzduha u cijevi promjera 100 mm nastaje turbulentno strujanje.

Rješenje:

$$v_{krit} = \frac{R_t \cdot \nu}{d}$$

Kinematička žilavost za uzduh kod 20° C jest $\nu = 14{,}9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

$$v_{krit} = \frac{2320 \cdot 14{,}9 \cdot 10^{-6}}{0{,}1} = 0{,}348 \text{ m/s}$$

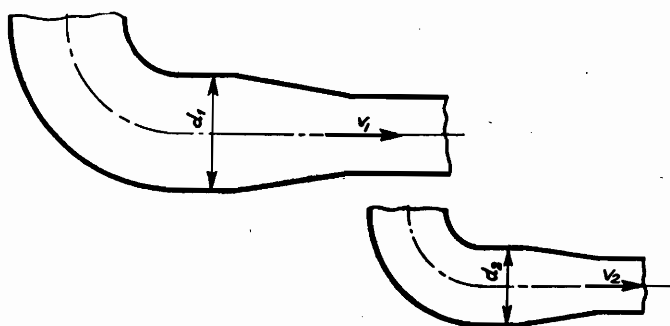
Kako je kinematička žilavost uzduha kod 20° C približno 15 puta veća od kinematičke žilavosti vode, nastupit će kod uzduha turbulentno strujanje, uz inače jednake uvjete, kod brzina koje su 15 puta manje od brzina vode.

ZADACI

1. Kroz cijev promjera 200 mm teče u minuti 5 m³ vode. Kolika je srednja brzina i kakvo će biti strujanje, laminarno ili turbulentno?
2. Odredi kritičnu brzinu vode od 40° C kod cijevi od 25 mm unutrašnjeg promjera.
3. Kroz cjevovod od 80 mm slobodnog promjera protječe u minuti 400 l mazivog ulja žilavosti 15° E. Kakvo će biti strujanje? (Za pretvaranje °E u cSt vidi tablicu na kraju knjige.)

9. ZAKON SLIČNOSTI

Kod gradnje turbina, centrifugalnih pumpa, brodova, aviona, automobila, brana s preljevima i sl. obavljaju se prije same izvedbe pokusi na modelima u laboratorijima. Modeli se izrade redovito u manjem mjerilu, ali tako da budu potpuno slični kasnijim stvarnim izvedbama. Ispitivanja se obavljaju pod uvjetima koji odgovaraju stvarnosti. Tako rezultati dobiveni na modelima vrijede, onda, za stvarne izvedbe koje će se tek izraditi. Na modelima se mogu lako obavljati izmjene i preinake, i može se odmah ispitati kakav im je utjecaj.



Sl. 110.

a) Reynoldsov zakon sličnosti

Na sl. 110. prikazane su dvije geometrijski slične cijevi promjera d_1 i d_2. Brzine su strujanja fluida v_1 i v_2. Strujanja fluida kroz ove dvije geometrijski slične cijevi bit će također slična, to znači obavljat će se pod istim uvjetima ako su za oba slučaja Reynoldsovi brojevi jednaki:

$$R_e = \frac{v_1 d_1}{\nu_1} = \frac{v_2 d_2}{\nu_2}$$

v_1 i v_2 označuju ovdje karakteristične brzine d_1 i d_2 karakteristične dimenzije, a ν_1 i ν_2 kinematičke žilavosti.

Ovaj zakon sličnosti, poznat pod imenom *Reynoldsov zakon sličnosti,* vrijedi samo dok dolazi u pitanje trenje tekućine. To se događa kod strujanja u zatvorenim tokovima, ispitivanja modela aviona, automobila, podmornica i uopće uronjenih tijela, mjera protoka, prijelaznih otpora, pumpa i turbina. Pri tome nije važno u kojem se sredstvu ispitivanje obavlja. Model podmornice može se ispitati u zračnom tunelu, a model aviona u vodenom tunelu, pod uvjetom da je zadovoljena gornja jednadžba sličnosti.

Pri uspoređivanju strujanja u vodi i u uzduhu morat će brzina uzduha, kod modela jednakih dimenzija, biti 15 puta veća. Razlog je tome što je kinematička žilavost uzduha kod 20° C 15 puta veća od kinematičke žilavosti vode.

PRIMJERI: 1. Model automobila treba ispitati u zračnom tunelu. Brzina automobila iznosi 20 m/s = 72 km/ sat, a visina mu je 1,5 m. U zračni kanal može se ugraditi model maksimalne visine 0,5 m. Kolika mora biti brzina strujanja zraka u zračnom kanalu da bi strujanje odgovaralo stvarnosti?

R j e š e n j e : Reynoldsov broj za stvarni automobil iznosi:

$$R_e = \frac{v\,d}{\nu}$$

$$R_{e1} = \frac{20 \cdot 1{,}5}{\nu} = \frac{30}{\nu}$$

Za model mora vrijediti jednaki R_e:

$$R_{e1} = R_{e2} = \frac{v_2\,d_2}{\nu}$$

$$\frac{30}{\nu} = \frac{v_2 \cdot 0{,}5}{\nu}$$

$$v_2 = \frac{30}{0{,}5} = 60 \text{ m/s}$$

2. U zračnom tunelu treba ispitati model torpeda izrađen u mjerilu 1 : 5. Maksimalna je brzina torpeda 20 m/s. Kolika brzina zraka mora biti prilikom pokusa da bi strujanje bilo slično?

R j e š e n j e : Kinematička žilavost kod 20° C:

za vodu $\nu_1 = 1{,}01 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$

za zrak $\nu_2 = 15{,}1 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$

$$R_e = \frac{v_1 d_1}{\nu_1} = \frac{v_2 d_2}{\nu_2}$$

$$\frac{20 \cdot d_1 \cdot 10^6}{1{,}01} = \frac{v_2 d_2 \cdot 10^6}{15{,}1} \qquad \left(\frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{5}\right)$$

$$v_2 = \frac{20 \cdot 15{,}1}{1{,}01} \cdot \frac{1}{5} = 60 \text{ m/s}$$

Pri ispitivanju modela u istom mediju povećava se brzina u istom omjeru sa smanjenjem modela. Zbog toga ispitivanja modela zadaju vrlo

velike teškoće. Naročito pri ispitivanju turbina i pumpi ne može se zbog tehničkih razloga ostvariti sličnost strujanja prema propisima Reynoldsova broja. Tamo se ostvaruje samo formalna sličnost, a to je daleko od mehaničke sličnosti, što proizlazi iz jednakosti R_e brojeva.

b) Froudeov zakon sličnosti

Ako kod strujanja djeluje sila teža kao sila ubrzanja, kao npr. kod strujanja u otvorenim tokovima (stupovi mostova, preljevi, modeli brodova), onda važi Froudeov zakon sličnosti.

Model broda izazvat će slične valove kao stvarni brod ako su Froudeovi brojevi jednaki.

Froudeov broj određen je ovim izrazom:

$$F = \frac{v^2}{lg}$$

gdje je v karakteristična brzina, l karakteristična dimenzija tijela, a g akceleracija sile teže.

PRIMJER: Brod dužine 100 m plovi normalno brzinom od 8 m/s. U pokusnom kanalu obavit će se ispitivanja pomoću modela dužine 1 m. Kolika mora biti brzina modela?

Rješenje:

$$F = \frac{v_1^2}{l_1 g} = \frac{v_2^2}{l_2 g}$$

$$\frac{8^2}{100 \cdot g} = \frac{v_2^2}{1\ g}$$

$$v_2^2 = \frac{8^2}{100} = 0{,}64\ \mathrm{m^2/s^2},\quad v_2 = 0{,}8\ \mathrm{m/s}$$

Kod te brzine dat će model istu sliku valova kao stvarni brod.

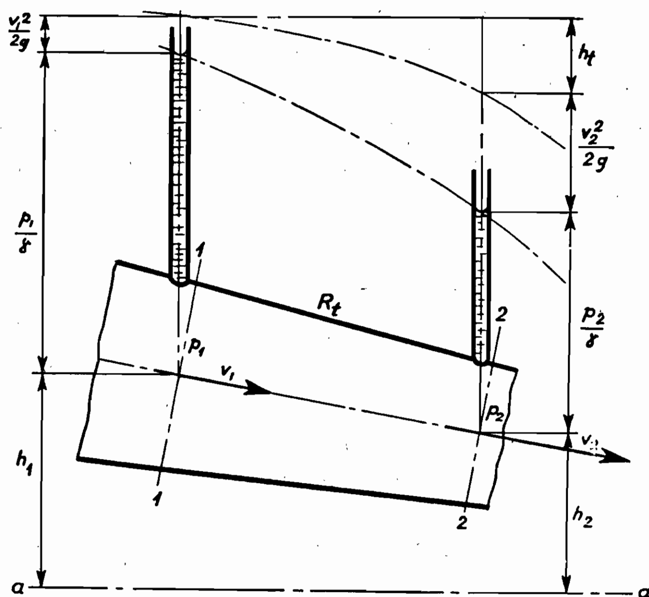
ZADACI

1. Ventil sa slobodnim otvorom od 100 mm kroz koji protječe voda srednjom brzinom od 1,2 m/s ispitat će se strujom uzduha. Kolika mora biti brzina uzduha da bi strujanje bilo slično?
2. Dimenzije modela centrifugalne pumpe odnose se prema stvarnoj pumpi kao 1 : 4. Kako bi se morale odnositi brzine vode?
3. U vodenom kanalu za ispitivanje vučenjem ispitat će se model brzog motornog čamca. Model je izrađen u 1/8 prirodne veličine. Ispitivanje je obavljeno brzinom od 5,3 m/s. Kolika bi imala biti brzina prototipa?
4. Projekt Venturijeva aparata za mjerenje protoka uzduha treba ispitati vodom kao model izrađen od 1/4 prirodne veličine. Ako je aparat namijenjen za brzinu uzduha maksimalno od 40 m/s, kolika će prilikom ispitivanja biti brzina vode?

10. PROŠIRENA BERNOULLIJEVA JEDNADŽBA

Kod strujanja realne tekućine treba stalno svladavati otpore koji nastaju zbog trenja tekućine, što iziskuje izvjestan utrošak hidrauličke energije. Radnja obavljena pri svladavanju otpora, tj. radnja trenja, pretvara se u toplinu, i taj oblik energije izgubljen je za daljnje strujanje tekućine, jer se ne može ponovno pretvoriti u hidrauličku energiju.

Uzmimo da je između presjeka *1* i *2* (sl. 111) radnja trenja R_t kpm. Kako se u hidraulici sve računa s obzirom na 1 kp tekućine, bit će $\frac{R_t}{G} = h_t$ m. Radnja trenja 1 kp tekućine h_t ima linearnu dimenziju kao i visina brzine i visina tlaka, i zove se *visina otpora*. Visina otpora označuje gubitak energije 1 kp tekućine.



Sl. 111.

Ukupna energija E_1 koju posjeduje tekućina u presjeku *1* nije jednaka ukupnoj energiji E_2 u presjeku kako je to bilo kod idealne tekućine, jer se jedan dio energije E_1 utrošio na svladavanje radnje trenja. Bernoullijeva jednadžba za realnu tekućinu glasi:

$$E_1 = E_2 + R_t$$

Iznad cijevi na slici grafički su prikazane promjene visine tlaka, visine brzine i porast visine otpora presjeka *1* i *2*.

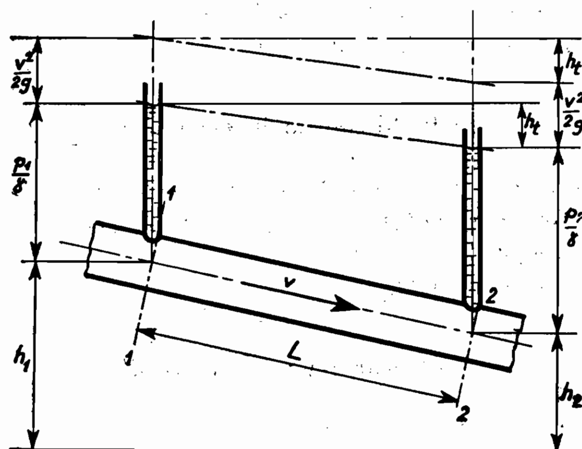
11. PROTJECANJE REALNE TEKUĆINE KROZ CIJEVI STALNOG PRESJEKA

Zbog stalnog presjeka (sl. 112) bit će srednja brzina u svim presjecima jednaka. Visina brzine imat će uzduž cijevi svagdje istu vrijednost $\frac{v^2}{2g}$.

Proširena Bernoullijeva jednadžba glasi za presjeke *1* i *2:*

$$h_1 + \frac{v^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = h_2 + \frac{v^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + h_t$$

$$h_t = h_1 - h_2 + \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$$



Sl. 112.

Iznad cijevi prikazane su na sl. 112. visine otpora i visine brzine, zatim promjene visine tlaka. Ako se učini da je $h_t = h_1 - h_2$, postaje $p_1 = p_2$. To znači: tlak postaje uzduž cijevi stalan, ukoliko je pad cijevi jednak visini otpora.

U slučaju da je cijev vodoravno položena, bit će

$$h_1 = h_2$$

i gornja jednadžba glasi:

$$h_t = \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$$

Na svladavanje visine otpora troši se tlačna visina. Zbog otpora kod strujanja tekućine u vodoravnoj cijevi nastaje pad tlaka.

a) Koeficijent otpora kod cijevi kružnog presjeka

Visina otpora h_t postavlja se iz praktičnih razloga proporcionalnom visini brzine $\frac{v^2}{2g}$.

Za kružnu cijev stalnog promjera računa se visina otpora obično po Darcyju (čitaj Darsi)*:

$$h_t = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}$$

Prema ovom izrazu visina otpora proporcionalna je dužini cijevi L i visini brzine $\frac{v^2}{2g}$, a obrnuto proporcionalna promjeru cijevi d. Osim toga, otpor u cijevi ovisi o *koeficijentu otpora* λ, koji je dobiven na osnovi mnogobrojnih pokusa. λ nije nikakva konstantna vrijednost, nego ovisi, kako su pokazali pokusi, o Reynoldsovu broju i o hrapavosti cijevi.

b) Približan način računanja

Kod sasvim približnog računanja može se uzeti da je koeficijent trenja stalan i da za upotrebljavanje cijevi s tankim slojem taloga ili kamenca i za srednje brzine vode 0,5 m/s — 1 m/s iznosi $\lambda = 0{,}03$. Za nove cijevi može se uzeti da je $\lambda = 0{,}023$.

c) Točan način računanja

Koeficijent trenja ovisi, kako je već spomenuto, o Reynoldsovu broju i hrapavosti cijevi.

1. Do Reynoldsova broja 2320 strujanje je laminarno. U tom je području

$$\lambda = \frac{64}{F_e} \text{ i neovisno o hrapavosti stijenki cijevi.}$$

Kako je $R_e = \frac{vd}{\nu}$, bit će $\lambda = \frac{64\,\nu}{v\,d}$.

Uvrstimo li u Darcyjevu jednadžbu tu vrijednost za λ, dobivamo:

$$h_t = \frac{64\,\nu}{v\,d} \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}, \text{ odnosno skraćivanjem } h_t = \frac{32\,\nu\,L}{d^2 g} v.$$

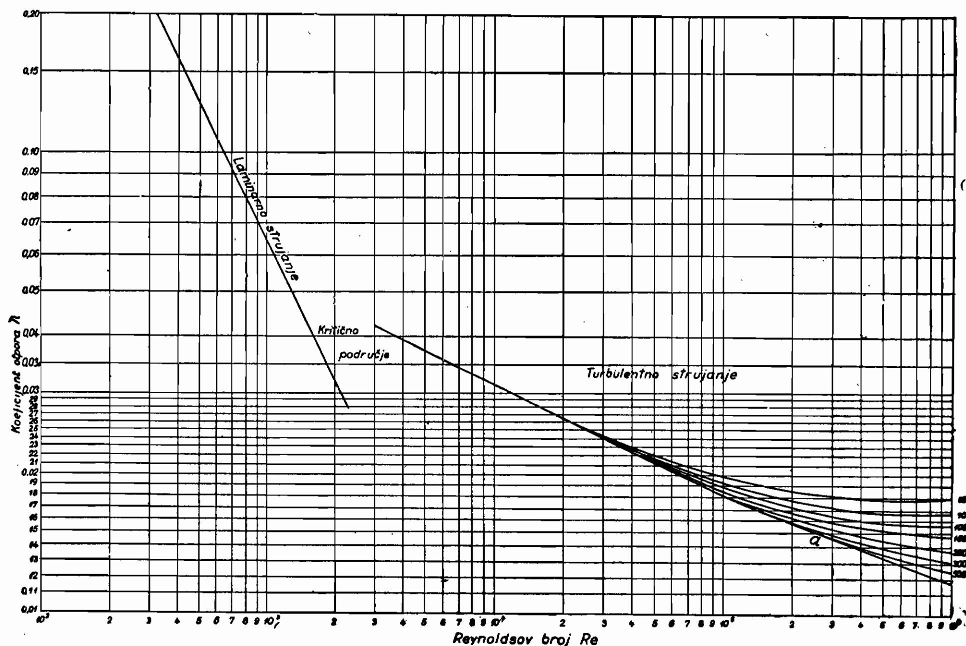
Visina je otpora kod laminarnog strujanja proporcionalna brzini.

---

* Henri Darcy (1803—1855), francuski inženjer.

2. U turbulentnom području iznad 2320 mijenja se koeficijent λ također s Reynoldsovim brojem, ali je ovisan i o hrapavosti stijenki cijevi.

U dijagramu (sl. 113) označen je koeficijent λ u ovisnosti o R_e za razne promjene, i to za čelične cijevi normalne trgovačke izvedbe. Najdonja krivulja *a* odnosi se na potpuno glatke cijevi, kao što su npr. staklene cijevi, cijevi od umjetne mase, nove vučene mesingane i olovne cijevi.

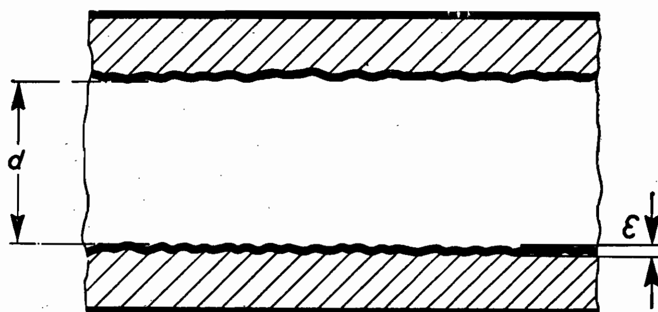


Sl. 113.

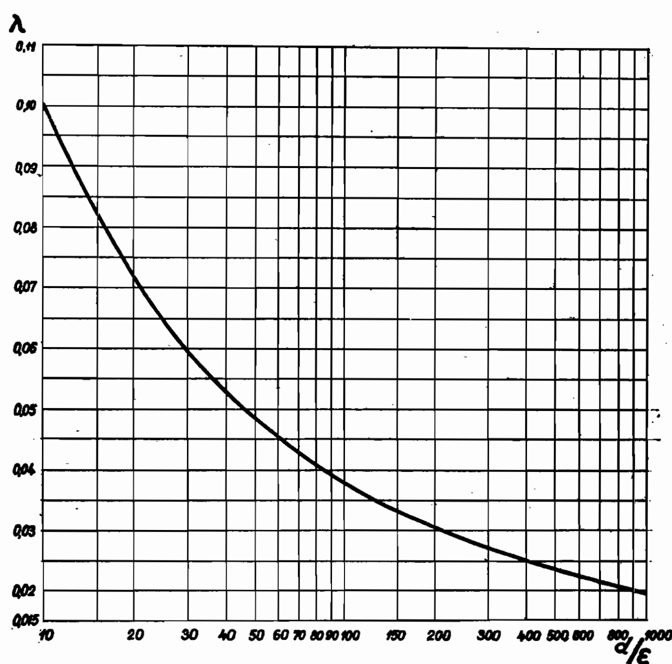
Kod hrapavih cijevi stupanj hrapavosti povisuje koeficijent otpora. Ako označimo sa ε srednju hrapavost (sl. 114), a sa $\frac{\varepsilon}{d}$ relativnu hrapavost, onda se λ može odrediti prema dijagramu (sl. 115).

Srednja je hrapavost za različite materijale ovakva:

lijevano željezo novo	0,5 — 1 mm
lijevano željezo zarđalo	1 — 1,5 mm
lijevano željezo s debelim slojem rđe	1,5 — 3 mm
cement zaglađen	0,3 — 0,8 mm
cement neobrađen	1 — 2 mm
hrapave daske	1 — 2,5 mm
ziđe od opeka	1,2 — 2,5 mm
kameno ziđe obrađeno	1,5 — 3 mm
sirovo kameno ziđe	8 — 15 mm



Sl. 114.



Sl. 115.

Kod cijevi kojih su stijenke valovite, a inače glatke, kao npr. kod asfaltiranih cijevi, mora se λ_o, a to je koeficijent trenja za glatke cijevi, pomnožiti s koeficijentom ξ.

Koeficijent otpora za valovite cijevi:

$$\lambda = \xi \lambda_0$$

Koeficijent ξ za valovite cijevi:

drvene cijevi 1,5—2

asfaltirani željezni lim 1,2—1,5

PRIMJERI: 1. Kroz ravni vodoravni cjevovod promjera 50 mm i dužine 800 m protječe na sat 6m³ ulja za loženje. Ulje ima viskoznost od 6°E, što odgovara kinematičkoj žilavosti od 45 cSt, i specifičnu težinu od 0,96 kp/dm³. Treba odrediti brzinu strujanja, Reynoldsov broj, oblik strujanja, visinu otpora i pad tlaka.

Rješenje: Brzina strujanja

$$Q = 6\ \text{m}^3/\text{sat} = \frac{6\ \text{m}^3}{3600\ \text{s}} = 0{,}00166\ \text{m}^3/\text{s}$$

$$v = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{0{,}00166}{0{,}00196} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}85\ \text{m/s}$$

Reynoldsov broj:

$$45\ \text{cSt} = 45 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$$

$$R_e = \frac{v\,d}{\nu} = \frac{0{,}85 \cdot 0{,}05}{45} \cdot 10^{-6} = 945$$

Budući da je Reynoldsov broj manji od kritičnog broja 2320, bit će strujanje laminarno.

Koeficijent otpora odredit ćemo za laminarno strujanje iz jednadžbe

$$\lambda = \frac{64}{R_e} = \frac{64}{945} \approx 0{,}068$$

pa je visina otpora

$$h_t = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g} \approx 0{,}068 \frac{800}{0{,}05} \cdot \frac{0{,}85^2}{2 \cdot 9{,}81}\ \text{m} \approx 40{,}1\ \text{m}$$

Razlika tlaka bit će

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = h_t$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = h\gamma = 37{,}6 \cdot 960 \approx 38\,496\ \text{kp/m}^2 \approx 3{,}8\ \text{at}$$

Pri proračunavanju cjevovoda imamo četiri osnovne veličine: Q, v, d, h_t. Postupak je pri računanju različit i ovisi o tome što je zadano i što se traži. Navodimo četiri karakteristična primjera.

2. Zadano je d, Q, traži se v, Δp.

Kroz vodoravno položenu cijev od lijevanog željeza dužine 800 m i promjera 55 cm prolazi na sat 1000 m³ vode temperature 10°C. Cijev je već dugo vremena u pogonu, pa se zbog toga u unutrašnjosti staložio sloj kamenca. Traži se srednja brzina protjecanja vode, visina otpora i pad tlaka.

Zbog sloja kamenca mora se računati sa smanjenim slobodnim promjerom, recimo 50 cm.

Rješenje: Srednja brzina

$$v = \frac{Q}{\frac{d^2\pi}{4}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

$$v = \frac{1000}{3600} \cdot \frac{4}{0{,}5^2\pi} = 1{,}42 \text{ m/s}$$

Visinu otpora i pada tlaka odredit ćemo približnom i točnom metodom.

a) Približan način računanja

Budući da se radi o cijevi s hrapavim stijenkama, odabrat ćemo $\lambda = 0{,}03$.

Visina otpora

$$h_t = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}$$

$$h_t = 0{,}03 \cdot \frac{800}{0{,}5} \cdot \frac{1{,}42^2}{2 \cdot 9{,}81} \text{ m} = 4{,}96 \text{ m}$$

Pad tlaka

$$\Delta p = \gamma \cdot h_t$$

$$\Delta p = 1\,000 \cdot 4{,}96 = 4\,960 \text{ kp/m}^2 \approx 0{,}5 \text{ at}$$

b) Točan način računanja

Za vodu od 10°C kinematička je žilavost (str. 174)

$$\nu = 1{,}31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Reynoldsov broj

$$R_e = \frac{v\,d}{\nu}$$

$$R = \frac{1{,}42 \cdot 0{,}5 \cdot 10^6}{1{,}31} = 542\,000$$

Strujanje je očito turbulentno. Kad bi cijev bila glatka, mogli bismo odabrati λ prema dijagramu (sl. 109), ali kako se radi o hrapavoj cijevi sa znatnim slojem kamenca, pretpostavit ćemo da je srednja hrapavost prema tablici na str. 109. $\varepsilon = 3$ mm.

Relativna hrapavost

$$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{3}{500}$$

i recipročna vrijednost

$$\frac{d}{\varepsilon} = \frac{500}{3} = 167$$

Koeficijent otpora dobit ćemo iz dijagrama (sl. 110):

$$\lambda \approx 0{,}034$$

Visina otpora

$$h_t = \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \, [\mathrm{m}]$$

$$h_t = 0{,}034 \cdot \frac{800}{0{,}5} \cdot \frac{1{,}42^2}{2 \cdot 9{,}81} = 5{,}63 \text{ m}$$

Pad tlaka

$$\Delta p = \gamma h_t \left[\frac{\mathrm{kp}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

$$\Delta p = 1000 \cdot 5{,}63 = 5630 \frac{\mathrm{kp}}{\mathrm{m}^2} = 0{,}563 \text{ at}$$

3. Zadano je d, h_t, traži se v, Q.

Čelična vodovodna cijev promjera 15 cm ima na dužini od 400 m pad od 1,2 m. Kolika je srednja brzina i protok? Budući da ne možemo odmah odrediti brzinu jer ne znamo λ, koji je, opet, ovisan i o brzini, moramo isprva pretpostaviti neki λ_1. Ako se radi o novoj čeličnoj cijevi normalne trgovačke izvedbe uzet ćemo $\lambda_1 = 0{,}023$.

Rješenje: Iz jednadžbe $h_t = \lambda_1 \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}$ možemo odrediti brzinu v_1:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g\, h_t\, d}{\lambda_1 L}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}15}{0{,}023 \cdot 400}} = 0{,}62 \text{ m/s}$$

Poznavajući sada približno brzinu (jer smo λ_1 pretpostavili), odredit ćemo Reynoldsov broj $R_{e1} = \frac{v_1 \cdot d}{\nu}$:

$$R_{e1} = \frac{0{,}62 \cdot 0{,}15 \cdot 10^6}{1{,}01} \quad (\nu \text{ za vodu od } 20°\,\text{C})$$

$$R_{e1} \approx 93\,000$$

Iz dijagrama za čelične cijevi na str. 109 proizlazi da je za

$$R_{e1} \doteq 93\,000, \qquad d = 150\,\text{mm}, \qquad \lambda_2 = 0{,}0183$$

Kako se vrijednost za $\lambda_2 = 0{,}0183$ ne poklapa s onom koju smo pretpostavili ($\lambda_1 = 0{,}023$), moramo brzinu izračunati nanovo upotrijebivši λ_2:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}15}{0{,}0183 \cdot 400}} = 0{,}69\,\text{m/s}$$

$$R_{e2} = \frac{0{,}69 \cdot 0{,}15 \cdot 10^6}{1{,}01} = 102\,000$$

Iz dijagrama može se sada odrediti $\lambda_3 \approx 0{,}0182$.
Vidimo da se ova vrijednost za λ poklapa s onom koju smo upotrijebili za određivanje brzine v. Dakle je $\lambda_3 = \lambda$. Kad tako ne bi bilo, morali bismo ponovno računati, tj. morali bismo s posljednjom vrijednosti λ ponovno izračunati novu brzinu v i kontrolirati je li λ točan.

4. Zadano je Q i h ili pad cijevi, traži se d i v.

Pumpa tlači 400 l/min kroz cijev dužine 2000 m na visinu od 30 m. Koliki mora biti promjer cijevi i koliki tlak mora svladati pumpa?

Brzinu vode odabrat ćemo prema tablici na kraju knjige.

Rješenje: Uzmimo da je brzina vode u tlačnoj cijevi

$$v' = 1{,}5\,\text{m/s}$$

Uz

$$Q = \frac{400}{60}\frac{l}{s} = 6{,}67\,\text{l/s} \approx 0{,}0067\,\text{m}^3/\text{s}$$

bit će promjer cijevi

$$Q = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot v,$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi v'}}\,[\text{m}]$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}0067}{\pi \cdot 1{,}5}} = 0{,}0755\,\text{m}$$

Prema standardu postoje cijevi promjera 70 mm i 80 mm, pa ćemo odabrati cijevi promjera 80 mm.

Brzina vode u cijevi promjera 80 mm bit će

$$v = \frac{Q}{\frac{d^2 \pi}{4}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

$$v = \frac{0{,}0067}{\frac{\pi \cdot 0{,}080^2}{4}} = 1{,}34 \text{ m/s}$$

Visina brzine

$$h_v = \frac{v^2}{2g} [\text{m}]$$

$$h_v = \frac{1{,}34^2}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}09 \text{ m}$$

Otpor u cijevi

$$h_t = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}$$

$$R_e = \frac{v\,d}{\nu}$$

$$R_e = \frac{1{,}34 \cdot 0{,}08 \cdot 10^6}{1{,}01} = 107\,000$$

Kako se radi o normalnoj vodovodnoj cijevi, uzet ćemo λ prema dijagramu za čelične cijevi:

$$\lambda = 0{,}019$$

$$h_t = 0{,}019 \frac{2000}{0{,}08} \cdot 0{,}09 \text{ m} = 42{,}5 \text{ m}$$

Pumpa tlači na visinu $h_o = 30$ m, pa će, prema tome, morati svladavati ukupno $h_t + h_o$:

$$h_o + h_t = 30 \text{ m} + 42{,}5 \text{ m} = 72{,}5 \text{ m}$$

Toj visini odgovara tlak od 7,25 at koji će pumpa morati u radu svladati

5. Zadano je Q, h, traži se v, d.

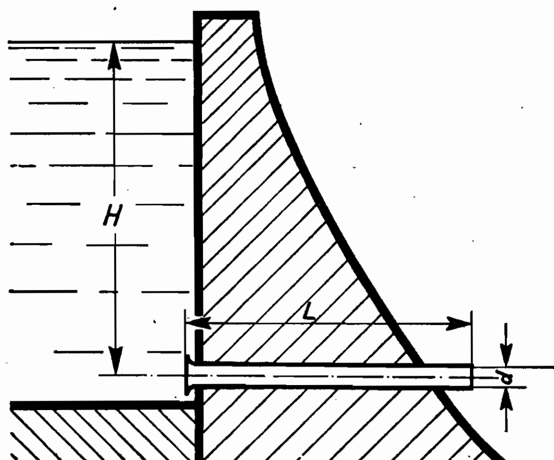
Na dnu brane nalazi se cijev dužine $L = 40$ m (sl. 116). Treba odrediti promjer cijevi tako da kod vodenog stupca od $H = 35$ m bude maksimalni protok od 5 m³/s. Cijev će biti uvijek čistih stijenki, jer je pristupačna za čišćenje.

Rješenje:

Kad u cijevi ne bi bilo otpora, čitava bi se visina H trošila na ubrzanje vode, pa bi u tom slučaju bila brzina

$$v = \sqrt{2 \cdot gH}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 35}\ \text{m/s} = 26{,}3\ \text{m/s}$$



Sl. 116.

Međutim, dio visine H troši se na svladavanje otpora (h_t), a ostatak služi za ubrzanje vode:

$$H = h_t + \frac{v^2}{2g}$$

$$H = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g}$$

$$H = \frac{v^2}{2g} \left(\lambda \frac{L}{d} + 1 \right)$$

U ovom slučaju nije nam poznato ni v, ni λ, ni d.

Brzina će zbog otpora biti svakako manja od teoretske $v = 26{,}3$ m/s. Računat ćemo za tri slučaja, pretpostavljajući da će brzina biti 20 m/s, 15 m/s, 10 m/s.

Uz protok od 5 m³/s bio bi promjer

$$Q = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot v$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{v \pi}} \text{ [m]}$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot 5}{20 \pi}} = 0{,}564 \text{ m}, \quad d_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 5}{15 \pi}} = 0{,}65 \text{ m}, \quad d_3 = \sqrt{\frac{4 \cdot 5}{10 \pi}} = 0{,}80 \text{ m}$$

Reynoldsov broj za sva tri slučaja ($\nu = 1{,}15 \cdot 10^{-6}$ za 15°C): $R_e = \frac{v\,d}{\nu}$:

$$R_{e1} = \frac{20 \cdot 0{,}564}{1{,}15} \cdot 10^6 = 98\,000$$

$$R_{e2} = \frac{15 \cdot 0{,}65}{1{,}15} \cdot 10^6 = 85\,000$$

$$R_{e3} = \frac{10 \cdot 0{,}80}{1{,}15} \cdot 10^6 = 70\,000$$

Pretpostavljajući da će cijev biti od lijevanog željeza i da će s vremenom na površini lagano zarđati, uzet ćemo $\varepsilon = 1$ mm, pa će relativna hrapavost biti:

$$\frac{\varepsilon}{d_1} = \frac{1}{564}, \qquad \frac{\varepsilon}{d_2} = \frac{1}{650}, \qquad \frac{\varepsilon}{d_3} = \frac{1}{800}$$

i recipročne vrijednosti:

$$\frac{d_1}{\varepsilon} = 564, \qquad \frac{d_2}{\varepsilon} = 650, \qquad \frac{d_3}{\varepsilon} = 800$$

Tim vrijednostima odgovarali bi koeficijenti otpora:

$$\lambda_1 = 0{,}023, \qquad \lambda_2 = 0{,}022, \qquad \lambda_3 = 0{,}021$$

Sada možemo izračunati visinu otpora za sva tri slučaja:

$$H = \frac{v^2}{2g}\left(\lambda \frac{L}{d} + 1\right) \text{ [m]}$$

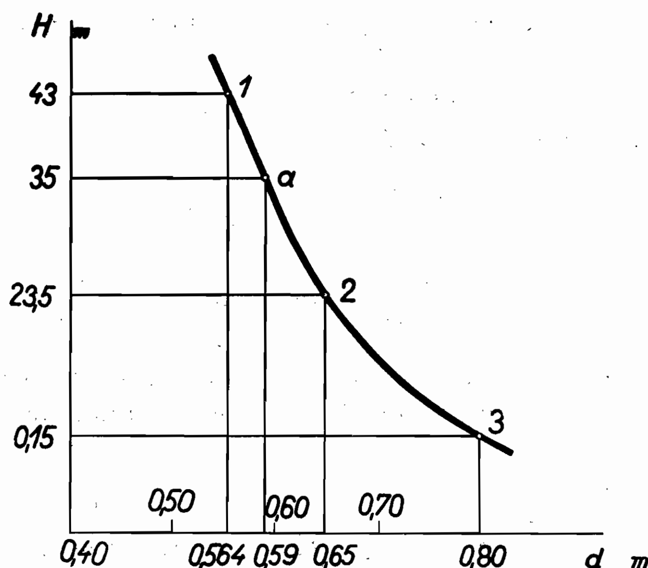
$$H_1 = \frac{20^2}{2 \cdot 9{,}81}\left(0{,}023 \cdot \frac{30}{0{,}564} + 1\right) = 20{,}3\,(1{,}12 + 1) = 20{,}3 \cdot 2{,}12 = 43 \text{ m}$$

$$H_2 = \frac{15^2}{2 \cdot 9{,}81}\left(0{,}022 \cdot \frac{30}{0{,}65} + 1\right) = 11{,}5\,(1{,}01 + 1) = 11{,}5 \cdot 2{,}01 = 23{,}2 \text{ m}$$

$$H_3 = \frac{10^2}{2 \cdot 9{,}81}\left(0{,}021 \cdot \frac{30}{0{,}80} + 1\right) = 5{,}1\,(0{,}79 + 1) = 5{,}1 \cdot 1{,}79 = 9{,}15 \text{ m}$$

Ove vrijednosti za H u ovisnosti o promjeru d cijevi prikazat ćemo grafički (sl. 117). Kroz točke 1, 2 i 3 provući ćemo krivulju koja nam daje ovisnost H o d.

Za $H = 35$ m dobivamo na krivulji točku a i vrijednost $d = 0{,}59$ m.



Sl. 117.

Odabrat ćemo standardni promjer

$$d = 0{,}6 \text{ m}$$

Sada nam je poznata brzina vode u cijevi:

$$c = \frac{Q}{\frac{d^2\pi}{4}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]; \qquad c = \frac{5}{\frac{0{,}6^2\pi}{4}} = 17{,}7 \text{ m/s}$$

12. POSEBNI OTPORI

Cjevovod je redovito sastavljen od raznih komada cijevi različitih promjera, koji su međusobno spojeni raznim fazonskim komadima, kao što su lukovi, koljena, prijelazni komadi i dr. Osim toga, u cjevovod su ugrađene zaporne naprave: ventili, zasunci, pipci i zaklopke, koje služe za regulaciju protoka. Svi ti ugrađeni dijelovi prouzrokuju posebne otpore, i za njihovo svladavanje troši se dio energije tekućine. Zbog jednostav-

nosti u računanju uzima se da je pojedina visina otpora h_p proporcionalna visini brzine:

$$h_p = \xi_p \frac{v^2}{2g}$$

gdje je v brzina iza ugrađene naprave, a ξ_p koeficijent otpora, koji ovisi o toj ugrađenoj napravi.

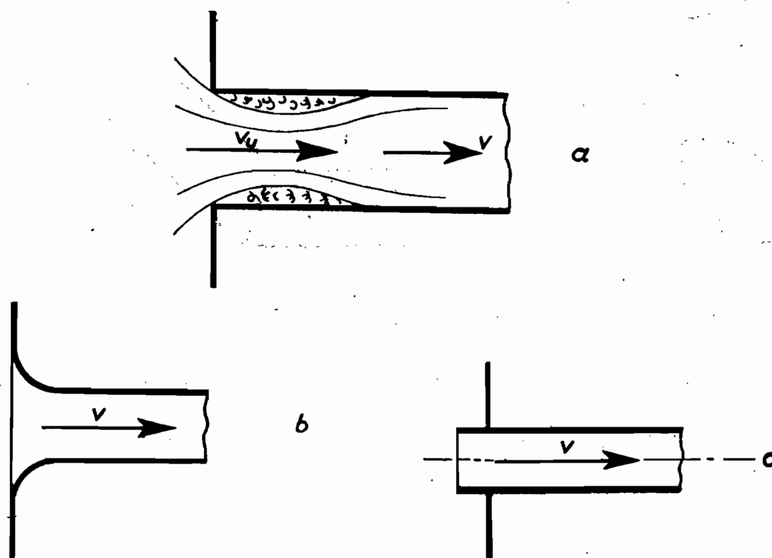
Ukupna visina otpora h_{tu} cijelog cjevovoda sastoji se od visine otpora ravnih dijelova cijevi i zbroja pojedinih posebnih otpora:

$$h_{tu} = \Sigma\, h_t + \Sigma\, h_p$$

Kod dugačkih cjevovoda nadmašuje visina otpora ravnih cijevi znatno visinu posebnih otpora.

a) Ulazni gubici

Na mjestu gdje je cijev priključena na rezervoar nastaje ulazni otpor. Kod ulaženja tekućine u cijev nastaje suženje (kontrakcija, sl. 118), i



Sl. 118.

brzina v_u u suženju iza ulaza veća je od brzine v u cijevi. Zbog toga djelići tekućine veće brzine udaraju na djeliće manje brzine. Posljedica toga stalnog udaranja jesu gubici energije tekućine. Osim toga, na mjestu suženja mlaza u mrtvom prostoru nastaju vrtlozi, koji također troše dio energije.

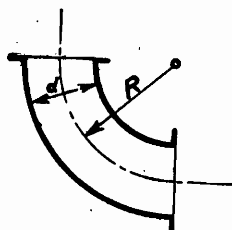
Ulazni su gubici:

$$h_p = \xi \frac{v^2}{2g}$$

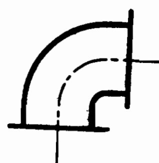
ξ je kod oštrobridnog ulaza 0,5 (sl. 118.a),
kod zaobljenog ulaza 0,05—0,1 (sl. 118.b),
kod slučaja na sl. 118.c. do 3.

b) Luk i koljeno

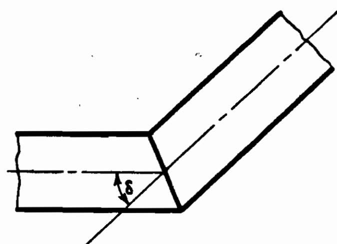
Kod luka ovisi koeficijent otpora ξ o omjeru $\frac{R}{d}$ (sl. 119). Srednje vrijednosti za zakrivljenja luka od 90° nalaze se u ovoj tablici:



	$\frac{R}{d}$	1	2	4	6	10
glatka cijev	ξ	0,23	0,14	0,10	0,08	0,09
hrapava cijev	ξ	0,51	0,30	0,23	0,18	0,20



Sl. 119.



Sl. 120.

Najmanje otpore pruža luk ako je $\frac{R}{d} = 7$ do 8. Za zakrivljenja manja od 90° mijenja se koeficijent razmjerno kutu zakrivljenja:

$$\xi \alpha = \frac{\alpha}{90} \xi 90^\circ$$

Za oštra koljena, kakva nastaju kod zavarenih cjevovoda (sl. 120), ξ se nalazi u ovoj tablici:

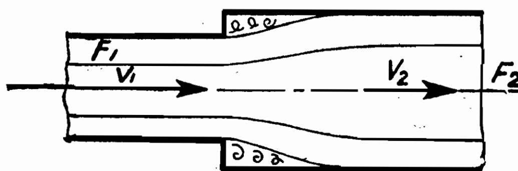
kut zaokreta	δ	10°	15°	30°	45°	60°	90°
glatka cijev	ξ	0,03	0,04	0,13	0,24	0,47	1,13
hrapava cijev	ξ	0,04	0,06	0,15	0,32	0,68	1,27

Za koljena kakva su prikazana na sl. 119. ξ se nalazi u ovoj tablici:

d [mm]	15	20	25	0	35	40	45	50
ξ	1,7	1,6	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8

c) Proširenja i suženja

Naglo proširenje (sl. 121)

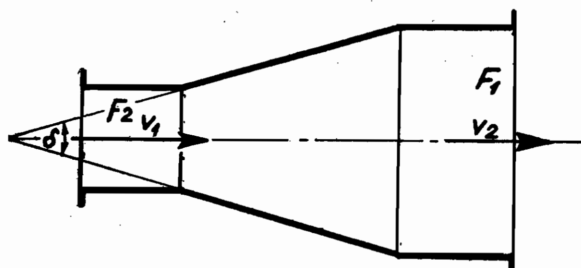


Sl. 121.

Koeficijent otpora ovisi o omjeru $\frac{F_2}{F_1}$:

$$\xi = \left(\frac{F_2}{F_1} - 1\right)^2$$

Postupno proširenje (sl. 122)



Sl. 122.

Najpovoljniji kut proširenja jest $\delta = 8°$; u tom slučaju iznosi koeficijent otpora

$$\xi = 0,2 \left[\left(\frac{F_2}{F_1}\right)^2 - 1\right]$$

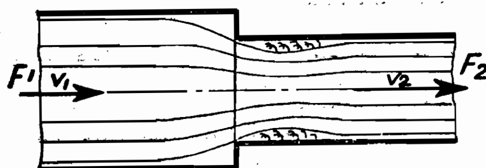
N a g l o   s u ž e n j e (sl. 123)

Visina je otpora

$$h_p = \xi \frac{v_2^2}{2g}$$

ξ ovisi o omjeru suženja $\frac{F_2}{F_1}$:

$\frac{F_2}{F_1}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0
ξ	0,46	0,42	0,37	0,33	0,23	0,13	0



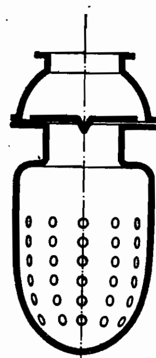
Sl. 123.

P o s t u p n o   s u ž e n j e

Kod toga je suženja

$$\xi = 0,05$$

Kod postupnog suženja gubici su vrlo maleni.


Sl. 124.

d) Sisni koš s nožnim ventilom (sl. 124)

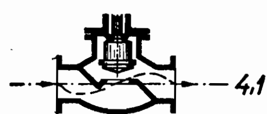
d [mm]	40	50	60	75	100	125	150	200	250	300	400	500
ξ	12	10,3	9,3	8,2	7,2	6,7	6	5,1	4,3	3,7	2,9	2,5

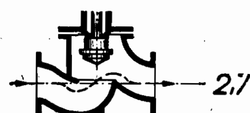
e) Gubici kod zapornih naprava

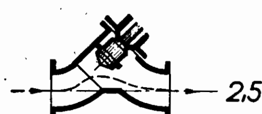
Ventili, zasunci, pipci i zaklopci prouzrokuju promjenu smjera i promjenu presjeka struje tekućine. Time prouzrokovani gubici mogu se izraziti visinom otpora

$$h_p = \xi \frac{v^2}{2g}$$

Ventili







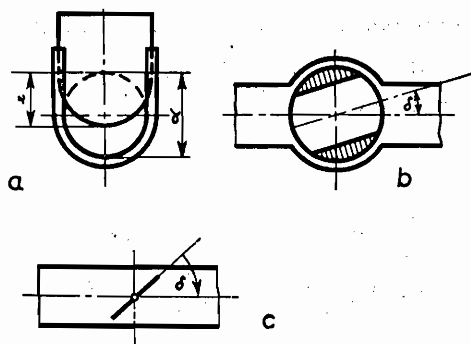


Sl. 125.

Na sl. 125. naznačeni su koeficijenti otpora za razne konstrukcije ventila za slobodan promjer od 100 mm. Navedene vrijednosti uglavnom zadovoljavaju i kad se radi o drugim dimenzijama.

Zasunci

Na sl. 126.a. prikazan je razmak kod kojega je d promjer cijevi, a x pomak zasunka.



Sl. 126.

Relativnom pomaku $\frac{x}{d}$ zasunka odgovara koeficijent otpora ξ kako se vidi iz ove tablice:

$\frac{x}{d}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
ξ	0,05	0,1	0,5	1,0	1,8	3,0	7,0	15	51

Pipci

Na sl. 126.b. prikazan je pipac. Kutu zaokreta δ odgovara koeficijent otpora ξ kako se vidi u ovoj tablici:

δ kut zaokreta

δ	0°	10°	20°	30°	40°	45°	50°
ξ	0,05	0,3	1,6	5,2	17	31	53

Zaklopci

Na sl. 126.c. prikazan je zaklopac. Kutu zaokreta δ odgovara koeficijent otpora ξ kako se vidi u ovoj tablici:

kut zaokreta	δ	10°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°
	ξ	0,52	1,54	3,9	10,8	18,7	32,6	118	751

PRIMJERI: 1. U cijevi dužine 2000 m iz primjera 4. na str. 114. nalaze se ovi fazonski komadi i armature: 16 zakrivljenja s radijusom r = 100 mm, 8 zasunaka i jedan ventil. Promjer je cijevi 80 mm i brzina vode 1,36 m/s. Pumpa tlači vodu na visinu od 30 m, visina je otpora samog cjevovoda $h_t = 42{,}5$ m. Koju ukupnu visinu treba pumpa da svlada?

Rješenje: Visina otpora prouzrokovana fazonskim komadima i armaturom

$$h_p = \Sigma \xi \frac{v^2}{2g}$$

Koeficijenti i visine otpora:

16 zakrivljenja $\frac{d}{v} = \frac{80}{100} = 0{,}8,$ $\quad \xi = 0{,}20$ m, $\quad 16 \cdot 0{,}20 = 3{,}2$ m

8 zasunaka, $\quad \xi = 0{,}05$ m, $\quad 8 \cdot 0{,}05 = 0{,}4$ m

1 ventil (maksimalna vrijednost) $\quad$ 4,1 m

ukupno 7,7 m

Visina brzine

$$h_v = \frac{v^2}{2g} = \frac{1{,}36^2}{2 \cdot 9{,}81} \text{ m} = 0{,}09 \text{ m}$$

Visina otpora fazonskih komada i armature

$$h_p = \xi \frac{v^2}{2g} = 7{,}7 \cdot 0{,}09 \text{ m} = 0{,}7 \text{ m}$$

Visina tlačenja $h_g = 30$ m.

Pumpa treba da svlada visinu tlačenja, visinu otpora cijevi, visinu otpora fazonskih i zapornih naprava i visinu brzine:

$$h_g + h_t + h_p + h_v = 30 \text{ m} + 42{,}5 + 0{,}7 \text{ m} + 0{,}09 \text{ m} = 73{,}29 \text{ m}$$

2. Zračni vod ima promjer 250 mm i dužinu 360 m. U vodu se nalaze 2 zasunka, 3 zakrivljenja od 90° i 1 T-komad. Tlak je zraka malo veći od atmosferskog. Koliko će zraka provoditi na sat cijev ako odaberemo brzinu strujanja $v = 20$ m/s, i koliki će biti pad tlaka?

Rješenje: Količina zraka

$$Q = Fv = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v \left[\frac{m^3}{s}\right]$$

$$Q = \frac{\pi \cdot 0{,}25^2}{4} \; 20 = 0{,}98 \; m^3/s \approx 3\,500 \; m^3/sat$$

Otpor u ravnoj cijevi

$$h_t = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}$$

Zrak od 20° C ima kod normalnog tlaka kinematičku žilavost

$$\nu = 14{,}9 \cdot 10^{-6} \, m^2/s, \; R_e = \frac{v\,d}{\nu}$$

$$R_e = \frac{20 \cdot 0{,}25 \cdot 10^6}{14{,}9} = 336\,000$$

Toj vrijednosti odgovara za glatku cijev od 250 mm promjera koeficijent otpora (dijagram str. 109) $\lambda = 0{,}0150$. Visina je otpora ravne cijevi

$$h_p = 0{,}015 \cdot \frac{360}{0{,}25} \cdot \frac{20^2}{2 \cdot 9{,}81} = 432 \; m$$

Visina otpora zbog zasunaka, zakrivljenja i T-komada

$$h_p = (2\xi_1 + 3\xi_2 + \xi_3) \frac{v^2}{2g} \; [m]$$

$$h_p = (2 \cdot 0{,}1 + 3 \cdot 0{,}14 + 1) \frac{20^2}{2 \cdot 9{,}81} = 29 \; m$$

za zasunak 0,1 $\left(\frac{x}{d} = 0{,}1\right)$

za zakrivljenje 0,14 $\left(\frac{R}{d} = 2\right)$

za T-komad 1,0

Ukupna visina otpora

$$h_{tu} = h_t + h_p \; [m]$$
$$h_{tu} = 432 \; m + 29 = 461 \; m$$

Pad tlaka

$$p = \gamma \, h_{tu}$$
$$\gamma = 1{,}20 \; kp/m^3 \; \text{(vidi str. 4)}$$
$$\Delta p = 1{,}2 \cdot 461 \; kp/m^2 = 550 \; kp/m^2 = 0{,}055 \; kp/m^2$$

ili izraženo u vodnom stupcu

$$\Delta p = 550 \text{ cm v. s.}$$

ZADACI

1. Centrifugalna pumpa, kojoj voda pritječe sama od sebe, tlači 9 m^3 vode u minuti kroz čeličnu cijev promjera 300 mm i dužine 280 m na visinu od 17 m.

   Treba izračunati:

   a) brzinu strujanja vode u cijevi;

   b) visinu brzine;

   c) visinu otpora u cijevi ako se u njoj nalazi jedan zasunak i pet zakrivljenja;

   d) tlak u cijevi kraj pumpe;

   e) snagu potrebnu za pogon pumpe ako je stupanj djelovanja pumpe 68%.

2. Pumpa tlači u spremište 12 m^3 vode u minuti kroz cijev od lijevanog željeza promjera 400 mm. Razina vode u spremištu nalazi se 37 m iznad razine u tlačnoj zračnoj komori. Manometar u komori pokazuje tlak od 7,6 atp.

   Treba izračunati:

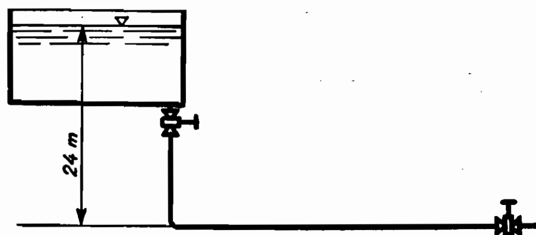
   a) brzinu vode u cijevi;

   b) visinu brzine;

   c) koeficijent trenja u cijevi.

3. Ulje kinematičke žilavosti $\gamma = 30$ cSt teče srednjom brzinom od 1,2 m/s kroz čeličnu cijev normalne trgovačke kvalitete. Promjer je cijevi 100 mm. Odredi pad tlaka na 100 m cijevi.

4. 200 m duga cementna cijev promjera 120 mm položena je horizontalno. Protok iznosi 4000 l/min vode temperature 40° C. Kolika će biti visina otpora?



Sl. 127.

5. Za neku tvornicu postavlja se spremnik i cjevovod sa zaobljenim ulazom, kako je naznačeno na sl. 127. Razina vode leži 24 m iznad ušća cijevi. Cijev je od lijevanog željeza promjera 100 mm i dužine 82 m. U cjevovod su ugrađena 2 zasunka i 5 zakrivljenja. Kolika će biti količina vode koja istječe kad je zasunak na kraju cijevi na polovinu i potpuno otvoren? (Zasunak na ulazu u cijev kraj spremnika potpuno je otvoren.)

6. Zemno ulje pumpa se kroz cijev promjera 120 mm u količini od 32 m^3/sat. Kolika će biti potrebna snaga za tjeranje ulja kroz 100 m cijevi zimi, a kolika ljeti? Temperatura zimi 0° C, ljeti 30° C. Kinematička je žilavost zemnog ulja kod 0° 18,8 cSt, kod 30° C 7 cSt.

7. Spremnik na tenderu lokomotive puni se vodom iz cjevovoda s promjerom cijevi od 250 mm. Dužina je cijevi 370 m. Voda dolazi iz spremnika s razinom vode koja leži

21 m iznad tračnica. Otvor za nalijevanje vode u tender nalazi se 3,4 m iznad tračnica. Cijevi su od lijevanog željeza s priličnim slojem kamenca. Gubici na trenju zbog zakrivljenja na cjevovodu izraženi kao visina otpora jesu $0{,}4\,\frac{v^2}{2\,g}$, a gubici zbog ventila $1{,}5\,\frac{v^2}{2\,g}$.

Kolika će biti brzina istjecanja vode, i u kojem će se vremenu napuniti spremnik lokomotive ako u njemu ima mjesta za 32 m^3 vode?

8. Ventilator tjera 1200 m^3/min uzduha temperature 40° C i skoro normalnog tlaka kroz cjevovod od željeznog lima. Brzina zraka 20 m/s. Koliki će biti pad tlaka u 260 m dugoj cijevi u cm vodenog stupca?

Upute: Kinematičku viskoznost zraka kod 40° C odredite interpolacijom prema podacima iz tablice koja se nalazi na kraju knjige, a spec. težinu zraka uzmite iz tablica na str. 4, ili odredite iz jednadžbe stanja.

9. Kroz glatku mesinganu cijev dužine 2 m, promjera 4 cm protječe voda brzinom 0,1 m/s, 1 m/s, 4 m/s. Izračunajte:

a) koliki će biti pad tlaka ako je temperatura vode 20° C;

b) kolika bi morala biti brzina vode da bi strujanje bilo sigurno laminarno.

10. Dinamička žilavost η vrlo se malo mijenja tlakom, ali znatno temperaturom. Kinematička žilavost plinova mijenja se kod promjene temperature, ali i tlaka, jer se temperaturom mijenja specifična težina i gustoća, a

$$\nu = \frac{\mu}{\varrho}.$$

Izračunajte kolika je kinematička žilavost uzduha tlaka 3 ata i temperature 20° C. Postupak: Iz tablice koja se nalazi na kraju knjige uzmite μ za uzduh do 20° C i normalnog tlaka. Taj μ vrijedi i za druge tlakove. Odredivši ϱ za uzduh od 20° C i 3 ata (iz jednadžbe $\varrho = \frac{\gamma}{g}$, a γ iz jednadžbe stanja), izračunajte ν za to stanje.

11. Centrifugalna pumpa dobavlja iz nekog bunara 50 m^3 vode na sat. Sisna cijev ima promjer od 100 mm. Geodetska je visina (H_g) sisanja 4,5 m. Sisna je cijev 8 m duga i ima ugrađen i sisni ventil s košem, 3 zakrivljenja od 90° i 1 ventil. Srednja je hrapavost cijevi 1 mm. Atmosferski pritisak iznosi 742 mm s. ž.

Odredite:

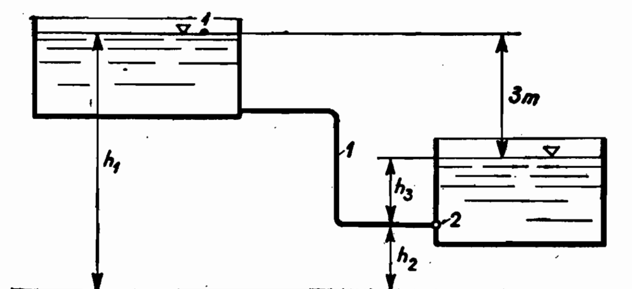
1. brzinu vode u sisnoj cijevi;
2. visinu brzine;
3. visinu trenja;
4. tlak na ulazu u pumpu (manometarsku visinu).

12. Dva rezervoara (sl. 128) spojena su međusobno s 20 m dugom cijevi promjera 50 mm. Razlika u razinama tekućina u rezervoarima iznosi 3 m. U rezervoarima se nalazi ulje specifične težine $\gamma = 0{,}92$ s dinamičkom viskoznošću $\nu = 30$ cSt. Koeficijent otpora fazonskih komada i armature u cijevi i ulazni otpor iznosi ukupno $\xi_p = 4{,}5$.

Koliko će ulja proteći kroz cijev u 1 s?
Upute: Napišite Bernoullijevu jednadžbu za točke 1 i 2. Uzmite u obzir da je točka 2 pod pretlakom zbog stupca tekućine h_3. Iz Bernoullijeve jednadžbe može se izračunati brzina.

13. Neka stapna pumpa tlačila je kroz cjevovod, promjera 25 mm i dužine 32 m, 25 l/min vode. Visina otpora uzrokovana od cijevi, zakrivljenjem i armaturom, iznosila je 35 m v. s.

Kolika će biti visina otpora ako se pumpa i cjevovod upotrijebe za benzin od 20° C (ν = 0,5 cSt, γ = 0,68 kp/cm³)?

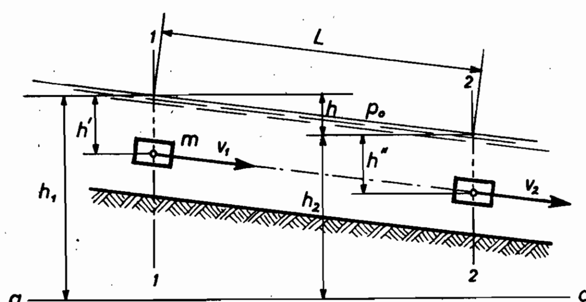


Sl. 128.

13. PROTJECANJE TEKUĆINE U OTKRIVENOM KANALU

Protjecanje tekućine u otkrivenom kanalu ili rijeci razlikuje se bitno od protjecanja kroz cijevi. Razlika je u tome što tekućina ima slobodnu površinu, na koju djeluje atmosferski tlak.

Pretpostavimo da je dno kanala vodoravno. Voda će u takvu kanalu imati vodoravnu površinu, na djeliće tekućine neće u horizontalnom smjeru djelovati nikakva sila, pa će čitava masa vode mirovati. Ako se



Sl. 129.

sada dno kanala nagne, nagnut će se s dnom i čitava masa vode, i površina tekućine neće više biti vodoravna. Na pojedine djeliće tekućine djelovat će komponenta sile teže, u pravcu kanala, koja će tim djelićima dati izvjesnu brzinu. Taj je slučaj prikazan na sl. 129.

Razmotrit ćemo tekućine *m* unutar samog kanala. U presjeku 1—1 nalazi se razmatrani kilopond tekućine u dubini h' ispod površine vode, dok je njegova visina, računajući od pravca *a—a*, h_1—h'. Na površinu

tekućine djeluje atmosferski tlak p_o, a u dubini h' ispod razine vladat će tlak $p_o + h'\gamma$. U presjeku 2—2 nalazi se razmatrani kilopond tekućine u dubini h'', pa će tlak u toj dubini biti $p_o + h''\gamma$.

Napisat ćemo Bernoullijevu jednadžbu za presjeke *1* i *2*, uz pretpostavku da se u kanalu giba idealna tekućina:

$$h_1 - h' + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_0 + h'\gamma}{\gamma} = h_2 - h'' + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_0 + h''\gamma}{\gamma}$$

$$h_1 - h' + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + h' = h_2 - h'' + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + h''$$

nakon ukidanja jednakih članova s desne i lijeve strane jednadžbe ostaje:

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Budući da se dubine h' i h'' ne nalaze u gornjoj jednadžbi, važi jednadžba za kilopond tekućine u bilo kojoj dubini ili na površini tekućine, drugim riječima, jednadžba vrijedi općenito.

Kod realne tekućine utrošit će se dio energije koju posjeduje tekućina u presjeku 1—1 na svladavanje radnje trenja na putu između presjeka 1—1 i 2—2. Ako označimo radnju trenja sa R_t i radnju trenja 1 kp tekućine $\frac{R_t}{G} = h_t$, morat ćemo pisati posljednju jednadžbu u obliku

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h_t$$

Sada mogu nastupiti različiti slučajevi.

a) Voda se u kanalu giba jednoliko

$$v_2 = v_1$$

U tom slučaju poprimit će posljednja jednadžba ovaj oblik:

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{v_1^2}{2g} + h_t$$

ili:

$$h_1 - h_2 = h_t$$

$$h = h_t$$

To znači: položajna energija jednog kiloponda tekućine upotrijebljena je za svladavanje radnje trenja h_t.

Kod jednolikog gibanja vode u otvorenom vodotoku potreban je izvjestan pad da bi se njime nadoknadili gubici zbog trenja.

Brzina protjecanja kod jednolikog gibanja upravo je tolika da je gubitak na energiji položaja, prouzrokovan padom, jednak radnji trenja.

Visina h zove se gubitak visine, i ona predstavlja pad tekućine kod protjecanja u otvorenom kanalu. Taj se gubitak visine odnosi na dužinu L. Obično se računa s relativnim padom, a to je pad s obzirom na jedinicu dužine. Relativni se pad označuje sa I:

$$I = \frac{h}{L}$$

i bilježi često u ‰ (pro mile); npr. I = 4‰ ili 0,004 znači da je relativni pad 4 m na 1000 m dužine vodenog toka.

b) Ubrzano gibanje vode

Uzet ćemo da je $v_1 = 0$, što znači da tekućina u presjeku 1—1 miruje. Jednadžba će izgledati ovako:

$$h_1 = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h_t$$

$$h_1 - h_2 = \frac{v_2^2}{2g} + h_t$$

$$h = \frac{v_2^2}{2g} + h_t$$

Položajna energija upotrijebljena je na svladavanje trenja i na povećanje brzine od 0 na v_2.

Ako zanemarimo trenje, u slučaju idealne tekućine,

$$h_t = 0$$

glasit će posljednja jednadžba:

$$h = \frac{v_2^2}{2g}$$

ili općenito:

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

Ubrzano gibanje tekućine u kanalu nastupa ako je pad kanala veći nego što je potrebno za svladavanje trenja, ili ako se kanal sužuje.

Naprotiv, ako je pad kanala premalen, tako da gubitak na potencijalnoj energiji nije dovoljan za pokriće radnje trenja, ili ako se kanal proširuje, gibanje tekućine bit će usporeno.

14. PRORAČUNAVANJE KANALA

Kod kanala sa stalnim presjekom giba se voda jednoliko, i radnja trenja za svaki metar dužine kanala ima istu vrijednost. Veličina trenja ovisi:

1. o obliku kanala,
2. o dužini kanala,
3. o brzini strujanja tekućine,
4. o hrapavosti stijenka kanala.

a) Utjecaj oblika kanala

Ako kroz kanal teče u jedinici vremena stanovita količina tekućine Q uz neku srednju brzinu v, potrebno je da kanal ima određeni presjek F:

$$F = \frac{Q}{v} \, [\mathrm{m}^2]$$

Kanalu se može dati vrlo različit oblik a da pri tom ima traženi presjek. Kanal može biti plitak i širok, ili, opet, dubok i uzak, zatim može biti pravokutnog, trapeznog, kružnog ili ovalnog presjeka. S obzirom na trenje stijenki kanala i tekućine, najpovoljniji je onaj kanal koji uz traženi presjek ima najmanju oplakivanu (kvašenu) površinu. Kod manje oplakivane površine bit će gubici zbog trenja manji.

Kao mjera za povoljnost kanala uzima se omjer presjeka toka tekućine i opseg oplakivane površine. Taj se omjer zove hidraulički radijus:

$$\frac{F}{U} = R \, [\mathrm{m}]$$

F — presjek toka u kanalu u m^2

U — opseg oplakivane površine u m

R — hidraulički radijus u m

Što je R uz zadani F veći, to je kanal povoljniji. Gubici na trenju bit će obrnuto razmjerni s hidrauličkim radijusom.

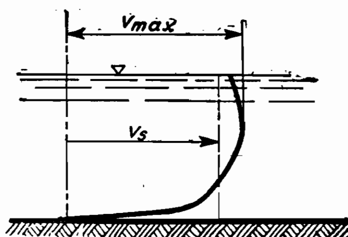
b) Utjecaj dužine kanala

Što je kanal duži, to su veći gubici zbog trenja. Potpuno je razumljivo da će gubici rasti razmjerno s dužinom kanala.

c) Utjecaj brzine strujanja

Strujanje vode u kanalima redovito je turbulentno. Gubici na trenju proporcionalni su kvadratu brzine, to znači da rastu s kvadratom brzine.

Zbog trenja nije brzina jednoliko raspoređena po čitavom presjeku, nego približno, kako je označeno na sl. 130. Maksimalna brzina nije na površini zbog trenja s uzduhom, nego nešto ispod nje. Na dnu kanala brzina je jednaka nuli, ali raste polazeći od dna brzo. Maksimalna brzina nalazi se kod simetrično građenih kanala u sredini toka. Prema bokovima kanala brzina se također smanjuje.



Sl. 130.

d) Utjecaj hrapavosti površine kanala

Što su stijenke kanala hrapavije, to su gubici zbog trenja veći. Taj se utjecaj uzima u obzir uvođenjem koeficijenata koji su dobiveni pokusima.

U prijašnjem smo poglavlju izveli da je kod jednolikog strujanja vode u kanalu gubitak na potencijalnoj energiji jednak radnji trenja:

$$k = h_t$$

Prema prije rečenom izlazi da je radnja trenja razmjerna koeficijentu koji ovisi o hrapavosti stijenki, zatim da je obrnuto razmjerna hidrauličkom radijusu, da je razmjerna s dužinom kanala i, konačno s kvadratom brzine:

$$h = h_t = k \cdot \frac{1}{R} \cdot L \cdot v^2$$

Iz ove jednadžbe možemo izračunati brzinu *v:*

$$v^2 = \frac{1}{k} \frac{h}{L} R$$

$$v = \sqrt{\frac{1}{k}} \sqrt{\frac{h}{L} R}$$

Uvedemo li za

$$\sqrt{\frac{1}{k}} = C, \qquad \frac{h}{L} = I$$

izraz za brzinu može se napisati ovako:

$$v = C \sqrt{I R}$$

gdje vrijednost koeficijenta C ovisi o hrapavosti stijenki kanala, a I je relativni pad kanala.

Za približne račune može se uzeti $C = 51$. Osim ovog najjednostavnijeg izraza ima mnogo drugih, empiričkih, znatno kompliciranih formula. Od mnogih formula upotrijebit ćemo tzv. *»novu Bazinovu* formulu«*, koja glasi:

$$C = \frac{88}{1 + \frac{a}{\sqrt{R}}}$$

gdje je R hidraulički radijus kanala, a a koeficijent koji ovisi o hrapavosti stijenki kanala. On se može odabrati prema ovoj tablici:

Vrsta stijenki kanala	a
glatki cementni namaz i oblanjano drvo	0,06
klesani kamen, opeke, neoblanjane daske	0,16
ziđe od lomljenog kamena	0,46
zemljani kanali	1,30
šljunak	2,00

Brzina vode u kanalu ne smije biti suviše malena jer prijeti opasnost od taloženja nanosa i zamuljivanja. Maksimalna je brzina, naprotiv, ograničena brzim trošenjem stijenki kanala.

U ovoj tablici navedene su dopuštene maksimalne srednje brzine kod raznih stijenki kanala:

* Henry Emile Bazin (1829—1917), francuski inženjer.

glibovita zemlja	0,12 m/s
vrlo sitan pijesak	0,16
glina	0,24
sitan pijesak	0,30
krupan pijesak	0,32
mastan pijesak	0,50
šljunak do 27 mm	0,90
kamenito tlo, veličine kamena 50—70 mm	1,30
krupni kamen	1,80
tvrde stijenke	3,50 i više

e) Najpovoljniji profil kanala

Najpovoljniji profil kanala jest onaj koji kod zadanog relativnog pada i zadanog protoka ima najmanji presjek, ili u kojem je brzina najveća.

Iz formule:

$$v = C\sqrt{I\,R}$$

proizlazi da će kod zadanog relativnog pada I brzina rasti s povećanjem hidrauličkog radijusa R i s povećanjem koeficijenta C. Koeficijent C raste također s povećanjem R, kako se to može vidjeti iz jednadžbe

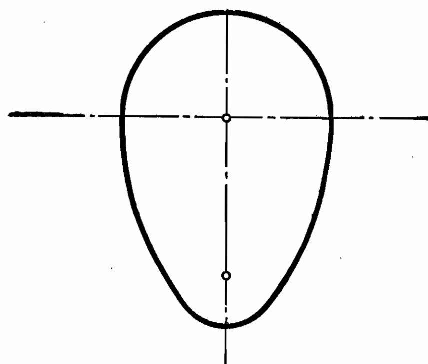
$$C = \frac{87}{1 + \frac{a}{\sqrt{R}}}$$

Prema tome je najpovoljniji onaj profil kanala koji ima kod zadanog presjeka najmanji umočeni obod, jer će takav profil imati maksimalni hidraulički radijus.

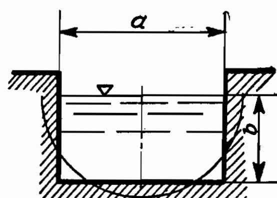
Od svih mogućih profila jednakog presjeka najmanji opseg ima kružnica. Stoga je najpovoljniji profil kanala s kružnim ili polukružnim presjekom. Kanali takva profila upotrebljavaju se u kanalizacionoj praksi. Katkada se kružni profil zamijeni jajolikim (sl. 131), koji omogućuje kod manjeg protoka veće brzine tekućina. Inače se redovito grade kanali pravokutnog i trapeznog oblika.

Pravokutni se kanali izvode od drveta, betona ili kamena. Najpovoljniji je pravokutni kanal ako mu je širina dva puta veća od dubine ($a = 2\,b$), jer je u tom slučaju za zadani presjek oplakivani opseg najmanji. To je lako razumljivo ako pravokutni oblik kanala usporedimo s polukružnim (sl. 132).

U mekanom terenu, gdje bi se strme bočne stijenke rušile, grade se kanali trapeznog oblika (sl. 133). Kut pod kojim su nagnute bočne strane određuje se prema vrsti gradiva, odnosno zemljišta.



Sl. 131.



Sl. 132.

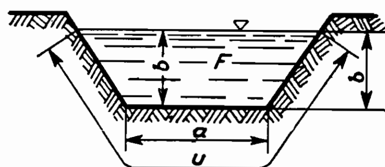
Kod kamenitog zemljišta i s potpornim stijenkama uzima se $\alpha = 60°$ (nagib 5 : 3), kod kamenitog zemljišta, ali bez učvršćenja bregova $\alpha = 45°$ (nagib 1 : 1), u zemljanom i pjeskovitom terenu $\alpha = 30°$ (nagib 3 : 5).

Međutim, kod određivanja profila kanala ne polazi se samo s hidrauličkog stanovišta, jer je jedan od glavnih faktora cijena izvedbe. Stoga se često odabiru profili koji hidraulički nisu najpovoljniji, ali su zato jeftiniji.

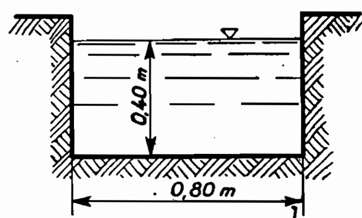
U ravnom terenu i kod velikih količina vode odabiru se danas redovito plosnati profili, jer su oni znatno jeftiniji od dubokih. Kut se uzima oko 30°. Da bi se smanjio otpor trenja, dobivaju kanali betonsku oplatu debljine 150—200 mm.

U donjoj tablici navedene su najpovoljnije vrijednosti za trapezne i pravokutne kanale u ovisnosti o kutu nagiba α i presjeka F:

$\alpha = 90°$	$b = 0{,}707\sqrt{F}$	$a = 1{,}414\sqrt{F}$	$U = 2{,}828\sqrt{F}$
$60°$	$0{,}786\sqrt{F}$	$0{,}877\sqrt{F}$	$2{,}632\sqrt{F}$
$45°$	$0{,}74\sqrt{F}$	$0{,}613\sqrt{F}$	$2{,}706\sqrt{F}$
$30°$	$0{,}664\sqrt{F}$	$0{,}356\sqrt{F}$	$3{,}012\sqrt{F}$



Sl. 133.



Sl. 134.

PRIMJERI: 1. Kod neke tvornice nalazi se odvodni kanal za otpadnu vodu. Kanal je betonski, pravokutnog presjeka, s mjerama koje su naznačene na sl. 134.

Pad je kanala $h = 2{,}2$ m na ukupnu dužinu $L = 800$ m.

Koliko će kanal moći odvoditi vode u m³/s

R j e š e n j e : Presjek kanala

$$F = 0{,}80 \cdot 0{,}40 \text{ m} = 0{,}32 \text{ m}^2$$

Relativni pad kanala

$$I = \frac{h}{L} = \frac{2{,}2}{880} = 0{,}00276 = 2{,}76‰$$

Oplakivani opseg

$$U = 0{,}80 \text{ m} + 2 \cdot 0{,}40 \text{ m} = 1{,}60 \text{ m}$$

Hidraulički radijus

$$R = \frac{F}{U} = \frac{0{,}32 \text{ m}^2}{1{,}60 \text{ m}} = 0{,}2 \text{ m}$$

Iz jednadžbe $v = C\sqrt{IR}$ možemo izračunati brzinu. Kako je za glatki cementni namaz $a = 0{,}06$, izlazi da je

$$C = \frac{87}{1 + \frac{a}{\sqrt{R}}} = \frac{87}{1 + \frac{0{,}06}{\sqrt{0{,}2}}} = 77$$

Za v se dobiva:

$$v = 77\sqrt{0{,}00276 \cdot 0{,}2} \approx 1{,}8 \text{ m/s}$$

Količina vode koja može protjecati kroz kanal

$$Q = F \cdot v$$

$$Q = 0{,}32 \text{ m}^2 \cdot 1{,}8 \text{ m/s} = 0{,}575 \text{ m}^3/\text{s}$$

2. Kanal dužine 1,4 km, kojim se dovodi voda do turbine, građen je u kamenitom terenu. Kanal je zidan od lomljenog kamena. Kroza nj protječe u sekundi 15 m³ vode. Treba odrediti relativan i ukupan pad kanala. S obzirom na to da je kanal zidan, mogli bismo dozvoliti znatnu brzinu vode: 1 m/s.

R j e š e n j e : Iz jednadžbe $Q = F v$ proizlazi potreban presjek kanala

$$F = \frac{Q}{v} = \frac{15}{1} = 15 \text{ m}^2$$

S obzirom na teren i vrstu gradnje kanala, odabrat ćemo trapezni profil s nagibnim kutom $\alpha = 60°$. Iz tablice na str. 135 možemo očitati vrijednost:

$$\alpha = 60°, \qquad b = 0{,}786\,\sqrt{F}, \qquad a = 0{,}877\,\sqrt{F}, \qquad U = 2{,}632\,\sqrt{F}$$

Računanjem dobivamo:

$$b = 0{,}786\,\sqrt{15} = 3{,}04\ \text{m}$$

$$a = 0{,}877\,\sqrt{15} = 3{,}4\ \text{m}$$

$$U = 2{,}632\,\sqrt{15} = 10{,}2\ \text{m}$$

Hidraulički radijus

$$R = \frac{F}{U}$$

$$R = \frac{15\ \text{m}^2}{10{,}2\ \text{m}} = 1{,}47\ \text{m}$$

Iz jednadžbe

$$v = C\sqrt{I\,R}$$

možemo odrediti relativni pad I, ali prethodno moramo izračunati koeficijent C:

$$C = \frac{87}{1 + \frac{a}{\sqrt{R}}}$$

(a je za ziđe od lomljenog kamena 0,46)

$$C = \frac{87}{1 = \frac{0{,}46}{\sqrt{1{,}47}}} = 63$$

$$I = \frac{v^2}{C^2 R}$$

$$I = \frac{1}{63^2 \cdot 1{,}42} = \frac{1}{5830}$$

ili izraženo u ‰:

$$I = \frac{1000}{5830} = 0{,}172\,‰$$

Pad je

$$h = L\,I = 1{,}4 \cdot 0{,}172 = 0{,}241\ \text{m}$$

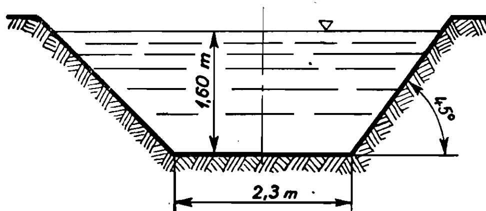
ZADACI

1. Koliki je hidraulički radijus kružnog voda?

2. Presjek je kanala 1 m². Izračunaj hidraulički radijus za kanale kojima je profil: kružni, polukružni, kvadratičan s omjerom stranice $\frac{a}{b} = 1,2 : 1,1 : 2$ i najpovoljniji trapezni s nagibom $\alpha = 45°$. Poredaj profile prema povoljnosti.

3. U kamenu je izgrađen kanal s padom $h = 3,5$ m na dužini $L = 250$ m. Presjek je kanala pravokutan, širine $a = 0,60$ m, dubine $b = 1$ m. Koliko će vode protjecati kroz kanal u jednoj sekundi?

4. Koje mjere mora imati polukružni betonski kanal i koliki mora biti relativan pad da bi mogao provoditi 1 m³/s?



Sl. 135.

5. Kanal trapeznog presjeka (sl. 135), izrađen od lomljenog kamena, pada 1,5 m na 1200 m dužine. Dno kanala široko je 2,3 m, bočne su strane pod kutom od 45°, dubina je vode 1,6 m. Odredi brzinu protjecanja vode i protok.

15. ISTJECANJE REALNE TEKUĆINE IZ OTKRIVENE POSUDE

a) Istjecanje iz otvora na dnu posude

Na str. 82. bio je razmotren slučaj istjecanja idealne tekućine kroz otvor na dnu posude. Brzina istjecanja bila je

$$v = \sqrt{2\,g\,h}$$

Brzina je realne tekućine zbog trenja unutar tekućine, između tekućine i stijenki posude i naročito u samom otvoru — manja nego brzina idealne tekućine. Brzina realne tekućine određena je formulom

$$v = \varphi\sqrt{2\,g\,h}$$

Faktor φ zove se *koeficijent brzine,* i njime se uzima u obzir smanjenje brzine kod realnih tekućina prema brzini idealne tekućine. Vrijednost koeficijenta ovisi o obliku otvora. Ako je otvor izrađen u tankoj stijenki, onda je $\varphi = 0,97$, dok je kod zaobljenih rubova otvora do 0,99.

Količina tekućine koja istječe kroz otvor određuje se kod realnih tekućina iz formule

$$Q = Fv$$

$$Q = \varphi F \sqrt{2gh}$$

Međutim, to vrijedi samo kod otvora koji imaju dobro zaobljeno ušće, tako da sve strujnice teku paralelno (sl. 136. a).

Kod otvora čije ušće nije dobro zaobljeno, ili koje ima oštre rubove, suzuje se mlaz nakon napuštanja otvora. Za određenje količine tekućine koja je istekla dolazi u tom slučaju u obzir suženi presjek F_1 (sl. 136. b).

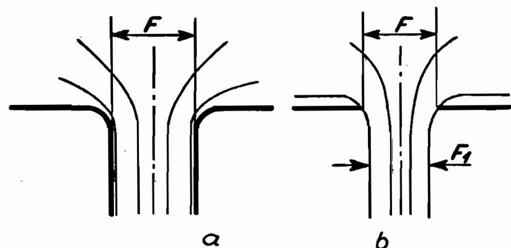
$$R = \varphi F_1 \sqrt{2gh}$$

Suženje mlaza ovisi o obliku otvora. Uvođenjem koeficijenta suženja mlaza α može se pisati:

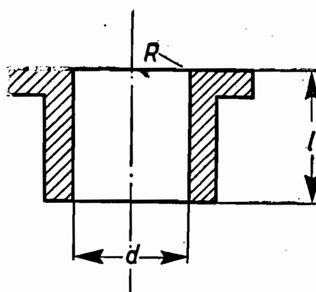
$$F_1 = \alpha F$$

i otuda:

$$Q = \alpha\varphi F \sqrt{2gh}$$



Sl. 136.



Sl. 137.

Dok se koeficijent brzine φ malo razlikovao od jedinice, dotle se koeficijent suženja α kreće, prema obliku otvora, od 1 (za dobro zaobljena ušća) do 0,64 (kod otvora oštrih rubova). Oba se koeficijenta, α i φ, određuju pokusima.

Produkt koeficijenata φ i α zamjenjuje se jednim jedinim koeficijentom (faktorom) μ, koji se zove faktor istjecanja:

$$Q = \mu F \sqrt{2gh}$$

Za dobro zaobljeno ušće $\mu = 0{,}97$, kod otvora oštrih rubova $\mu = 0{,}62$.

Otvori s nastavcima

Kratak nastavak na otvoru u obliku cijevi povećava faktor istjecanja. Rub R oštar (sl. 137):

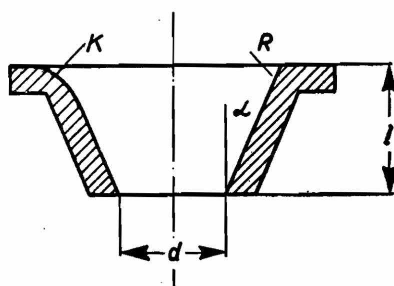
$\frac{l}{d}$:	1,	2—3,	12,	24,	36
μ:	0,88,	0,82,	0,77,	0,73,	0,68

Rub R malo zaobljen: $\frac{l}{d} = 3, \quad \mu = 0,90$

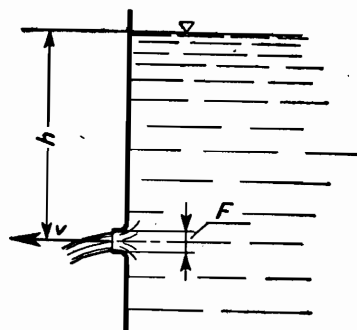
Rub R vrlo zaobljen: $\frac{l}{d} = 3, \quad \mu = 0,97$

Konični nastavak (sl. 138).

$$\frac{l}{d} = 3$$



Sl. 138.



Sl. 139.

Rub K vrlo zaobljen (na slici lijevi ulazni rub):

α:	0°	$5\frac{3}{4}$°,	$22\frac{10}{2}$,	45°,	90°
μ:	0,97,	0,95,	0,88,	0,75,	0,63

Rub R oštar (na slici desni ulazni rub):

α:	0°,	$5\frac{3}{4}$°,	$22\frac{10}{2}$
μ:	0,83,	0,84,	0,85

PRIMJER: Na dnu vodenog spremišta nalazi se otvor promjera $d = 0,1$ m, dužine 0,2 m sa zaobljenim ulazom ($\mu = 0,82$); vodeni stupac iznad dna je $h = 6$ m. Koliko će vode istjecati u sekundi?

R j e š e n j e : $Q = \mu F \sqrt{2gh}$

$$Q = 0,82 \cdot \frac{\pi \, 0,1^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 6} = 0,82 \cdot 0,00785 \cdot 10,85 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \approx$$

$$\approx 0,07 \text{ m}^3/\text{s} = 70 \, l/\text{s}$$

b) Istjecanje iz bočnih otvora

Kod istjecanja iz bočnih otvora razlikujemo dva slučaja: otvor je po visini relativno malen prema visini stupca vode i otvor je prema visini stupca vode relativno velik.

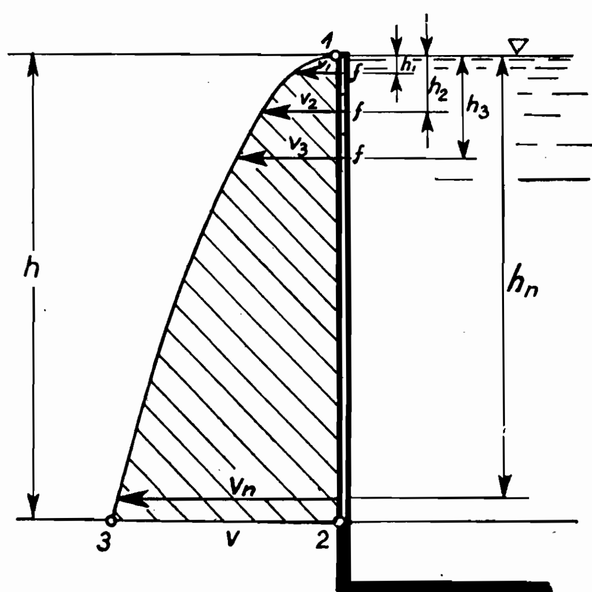
1. Otvor je po visini malen. U tom slučaju (sl. 139) može se uzeti da je brzina istjecanja u cijelom otvoru jednaka i da iznosi

$$v = \varphi \sqrt{2gh}$$

pa je količina tekućine koja istječe

$$Q = \mu F \sqrt{2gh}$$

Faktori istjecanja μ su oni isti kao i za otvore na dnu posude.



Sl. 140.

2. Otvor je po visini velik i siže do razine tekućine.

Na sl. 140. prikazan je visok otvor širine b koji siže do razine tekućine. Zamislimo da je otvor sastavljen od n uskih vodoravnih pruga visine $\frac{h}{n}$.

Površina je svake pruge $f = b\frac{h}{n}$.

Količina tekućine koja istječe kroz svaku prugu bit će:

za prvu prugu $Q_1 = f \cdot v_1$

za drugu prugu $Q_2 = f \cdot v_2$

. . . .

za zadnju n-tu prugu $G_n = f \cdot v_n$

Pri tome su v_1, $v_2, \ldots, v_n$ srednje brzine za pojedine pruge, i one su u slučaju idealne tekućine:

$$v_1 = \sqrt{2gh_1}, \qquad v_2 = \sqrt{2gh_2}, \ldots, \qquad v_n = \sqrt{2gh_n}$$

Ako veličine ovih brzina nanesemo na odgovarajuća mjesta, te vrhove spojimo krivuljom, dobit ćemo lik 1—2—3, gdje je luk 1—3 luk parabole s vrhom na površini tekućine.

Ukupan će protok biti

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots + Q_n$$

$$Q = fv_1 + fv_2 + fv_3 + \ldots + fv_n$$

$$Q = b\frac{h}{n}v_1 + b\frac{h}{n}v_2 + b\frac{h}{n}v_3 + \ldots + b\frac{h}{n}v_n$$

$$Q = b\left(\frac{h}{n}v_1 + \frac{h}{n}v_2 + \frac{h}{n}v_3 + \ldots + \frac{h}{n}v_n\right)$$

Izraz unutar zagrade jednak je šrafiranom dijelu površine parabole, a taj je dio površine jednak $\frac{2}{3}vh$, pa izraz za Q prelazi u $\frac{2}{3}bvh$.

Kako je $v = \sqrt{2gh}$, proizlazi da je

$$Q = \frac{2}{3}bh\sqrt{2gh}$$

ili:

$$Q = \frac{2}{3}b\sqrt{2gh^3} \ [\mathrm{m^3/s}]$$

Ako se uzme u obzir za realne tekućine trenje i kontrakcija, dobiva se za protok

$$Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2gh^3}$$

gdje je

$$\mu \approx 0{,}61$$

3. Otvor ne siže do razine tekućine.

Kad bi otvor sizao do razine vode, istjecala bi količina tekućine

$$Q_1 = \frac{2}{3}b\sqrt{2gh_1^3}$$

Kad bi, pak, otvor bio visok samo h_2, istjecala bi količina tekućine

$$Q_2 = \frac{2}{3}b\sqrt{2gh_2^3}$$

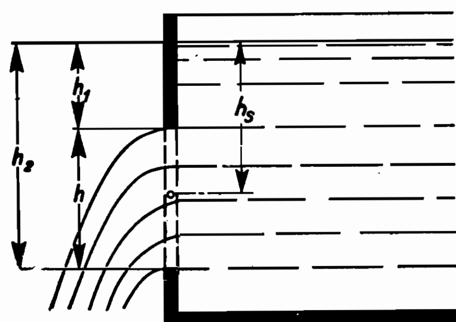
Za otvor koji ne siže do razine tekućine (sl. 141), a visine je $h_2 - h_1$, istjecat će količina tekućine

$$Q = Q_2 - Q_1$$

$$Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2 g h_2^3} - \frac{2}{3} b \sqrt{2 g h_1^3}$$

$$Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2 g} \cdot \left(\sqrt{h_2^3} - \sqrt{h_1^3}\right) \qquad \text{ili:}$$

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left(h_2^{\frac{3}{2}} - h_1^{\frac{3}{2}}\right) [\mathrm{m^3/s}]$$



Sl. 141.

Ako se uzme u obzir trenje i suženje mlaza

$$\mu \approx 0{,}61$$

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left(h_2^{\frac{3}{2}} - h_1^{\frac{3}{2}}\right) [\mathrm{m^3/s}]$$

Ako je visina h manja od srednje visine $h_s = \frac{h_1 + h_2}{2}$ (sl. 141), može se primijeniti formula $Q = \mu F \sqrt{2 g h_s}$, jer ona vrijedi za otvor koji je po visini malen.

Ova formula daje nešto veće vrijednosti, ali pogreška je malena. Na primjer kod omjera $h : h_s = 1 : 2$ pogreška je manja od 0,3%. Ako je $h : h_s < 1 : 2$, može se isto primijeniti formula $Q = \mu F \sqrt{2 g h_s}$.

PRIMJER: U boku spremnika nalazi se pravokutan otvor širine 30 cm i visine 20 cm. Gornji je rub otvora 2,4 m ispod razine vode. Kolika je količina vode koja istječe?

R j e š e n j e :

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left(\sqrt{h_1^3} - \sqrt{h_2^3}\right)$$

$$Q = \frac{2}{3} \cdot 0{,}61 \cdot 0{,}3 \sqrt{2 \cdot 9{,}81} \left(\sqrt{2{,}6^3} - \sqrt{2{,}4^3}\right) = 0{,}248 \text{ m}^3/\text{s}$$

Ako računamo s približnom formulom, jer $h : h_s = 0{,}2 : 2{,}5 = 0{,}08$, izlazi da je

$$Q = \mu F \sqrt{2 g h_s} = 0{,}61 \cdot 0{,}06 \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}5} = 0{,}259 \text{ m}^3/\text{s}$$

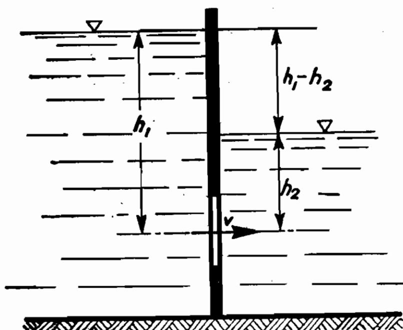
c) Istjecanje ispod površine tekućine

Tekućina istječe u drugu posudu (sl. 142), a otvor se nalazi ispod razine druge tekućine. Ako tekućina tako dotječe i otječe da su razine stalne, onda je za takav slučaj visina brzine

$$h = h_1 - h_2$$

Količina je tekućine koja prelazi iz jedne posude u drugu

$$Q = \mu F \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \text{ [m}^3/\text{s]}$$



Sl. 142.

16. ISTJECANJE REALNE TEKUĆINE IZ POSUDE POD PRETLAKOM

Na površini tekućine koja se nalazi u zatvorenoj posudi pritisak je veći nego na izlazu. Neka bude pretlak p atp. Taj pretlak jednak je visini stupca tekućine:

$$h_1 = \frac{p}{\gamma}$$

pa je visina brzine

$$H = h + \frac{p}{\gamma}$$

i brzina istjecanja

$$v = \varphi \sqrt{2 g H} \ [\text{m/s}]$$

i količina istjecanja

$$Q = \mu F \sqrt{2 g \left(h + \frac{p}{\gamma}\right)} \ [\text{m}^3/\text{s}]$$

Ako je tlak unutar posude manji od atmosferskog, glasit će jednadžba za brzinu istjecanja:

$$v = \varphi \sqrt{2 g \left(h - \frac{p}{\gamma}\right)}$$

Izraz u zagradi mora biti pozitivan, što znači da će tekućina istjecati samo ako je tlak na ušću otvora veći od atmosferskog tlaka.

PRIMJER: U zračnoj komori vlada pretlak od 4 atp. Razina vode stoji 1 m iznad izlaznog otvora. Kolika je brzina istjecanja?

Rješenje: Brzina istjecanja bit će kod otvora sa zaobljenim ušćem ($\varphi = 0{,}99$)

$$v = \varphi \sqrt{2 g \left(h + \frac{p}{\gamma}\right)} \ [\text{m/s}]$$

$$v = 0{,}99 \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \left(1 + \frac{40\,000}{1\,000}\right)} = 8{,}96 \text{ m/s}$$

17. ISPRAŽNJIVANJE POSUDA S VERTIKALNIM STIJENKAMA

U posudu (sl. 143) ne nadolijeva se tekućina, tako da se razina stalno spušta dok se posuda ne isprazni.

Na početku, dok je visina vodenog stupca h_1, idealna je brzina istjecanja

$$v_1 = \sqrt{2 g h_1}$$

Neka nakon izvjesnog vremenskog razmaka t visina stupca tekućine bude h_2, tada će biti brzina istjecanja

$$v_2 = \sqrt{2 g h_2}$$

Srednja je brzina istjecanja

$$v_s = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Količina realne tekućine koja je istekla za vrijeme t određena je jednadžbom

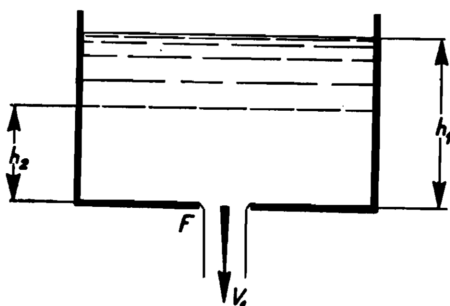
$$Q = \mu F v_s t = \mu F t \frac{\sqrt{2 g h_1} + \sqrt{2 g h_2}}{2}$$

Ako se posuda ispraznila do dna, bit će $h_2 = 0$, i jednadžba poprima ovaj oblik

$$Q = \mu F t \frac{\sqrt{2 g h_1}}{2}$$

pa je vrijeme potrebno za ispražnjivanje posude

$$t = \frac{2 Q}{\mu F \sqrt{2 g h_1}}$$



Sl. 143.

PRIMJER: Koliko će vremena biti potrebno da se isprazni cilindrična posuda promjera $D = 1$ m ako je visina stupca vode 1,4 m i ako se ispražnjuje kroz cijev promjera $d = 25$ mm i dužine 250 mm ($\mu = 0{,}77$)?

Rješenje:

Količina vode u posudi

$$Q = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot h = \frac{\pi}{4} \cdot 1{,}4 \text{ m}^3 = 1{,}1 \text{ m}^3$$

Otvor ušća

$$F = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{0{,}025^2 \pi}{4} \text{ m}^2 = 0{,}00049 \text{ m}^2$$

Vrijeme potrebno da se isprazni posuda

$$t = \frac{2 Q}{\mu F \sqrt{2 g h}} = \frac{2 \cdot 1{,}1}{0{,}77 \cdot 0{,}00049 \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}4}} \text{ s} = 1110 \text{ s} = 18 \text{ min } 30 \text{ s}$$

ZADACI

1. Bazen za plivanje dužine 20 m, širine 17 m i dubine vode 4 m ima se isprazniti kroz okrugli otvor na dnu u vremenu od 2 sata. Koliki mora biti promjer otvora ako je rub otvora oštar, a koliki ako je zaobljen?
2. Na bočnoj stijenki rezervoara nalazi se otvor 15 cm promjera. Razina vode leži 2,3 m ispod sredine otvora. Kolika će biti brzina vode u početku?
3. Vodeni rezervoar cilindričnog oblika ima promjer 4,5 m i u njemu je voda do visine 2,3 m. Ako se u dnu otvori otvor od 20 cm promjera, za koliko će se vremena razina vode spustiti za 1 m?
4. U zračnom spremištu proizvodi ventilator tlak od 10 mm v. s. Kolikom će brzinom strujati zrak kroz otvor u slobodnu atmosferu ($\varphi = 1$)?
5. Vatrogasna motorna sisaljka proizvodi tlak vode, mjeren neposredno ispred mlaznice, od 12 atp. Kojom će brzinom štrcati voda iz mlaznice uz pretpostavku da je tekućina idealna?
6. Na posudi se nalazi otvor oštrih bridova promjera d. Postavljanjem zgodnog nastavka (ušća) treba povećati brzinu i protok. Odaberi nastavak i odredi za koliko će se postotaka povećati v i Q.
7. Pipac za pražnjenje cilindra lokomotive ima promjer $d = 12$ mm, tlak je u cilindru 14 atp. Kolika će biti idealna brzina kondenzirane pare i protok uz $\mu = 0{,}62$?

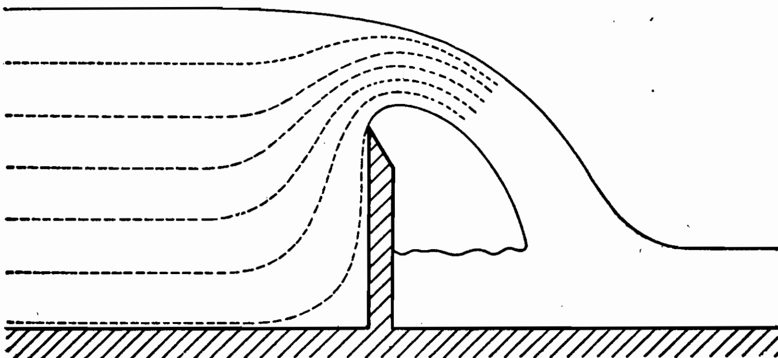
18. PRELJEVI

Preljevi s oštrim preljevnim rubom (sl. 144) služe za određivanje protoka, dok se brane sa zaobljenim preljevnim zidom (sl. 145) upotrebljavaju za zaustavljanje vode u otvorenim tokovima.

a) Preljev širok kao kanal

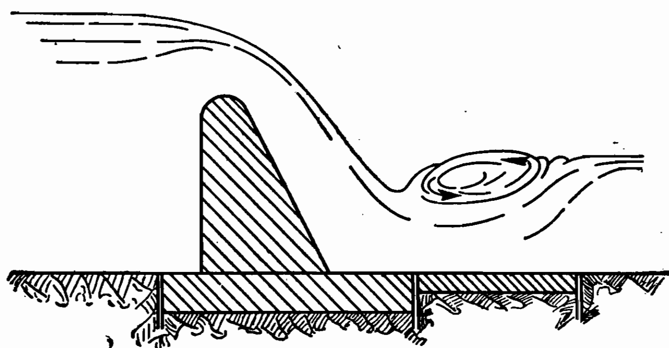
Protok se može odrediti pomoću jednadžbe koja vrijedi za istjecanje iz bočnog otvora što siže do razine vode:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b h \sqrt{2gh}$$



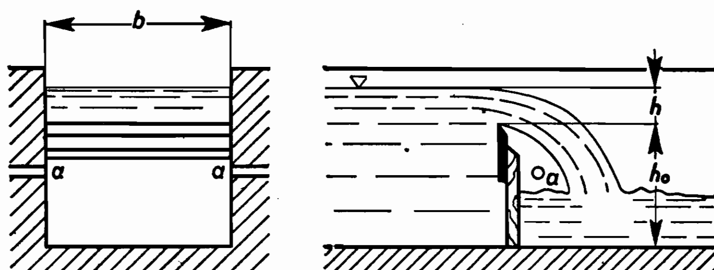
Sl. 144.

Visina h mora se mjeriti od gornjeg ruba preljeva do gornje razine vode, kako je označeno na sl. 146. Prostor ispod mlaza mora biti spojen s vanjskom atmosferom, inače u tom prostoru nastane potlak, jer voda odnosi sa sobom zrak.



Sl. 145.

Faktor istjecanja nije stalna vrijednost, on ovisi o visinama preljeva h i h_o. Kod približnih računa može se uzeti $\mu = 0{,}65$.



Sl. 146.

Na sl. 147. prikazan je preljev bez zračenja prostora ispod mlaza. U tom prostoru nastaje vakuum, pa je stoga prostor djelomično ispunjen vodenim virovima. Zbog sisnog djelovanja vakuuma mijenja se oblik mlaza i povećava se protok. Faktor istjecanja zna narasti kod takva preljeva do 0,80.

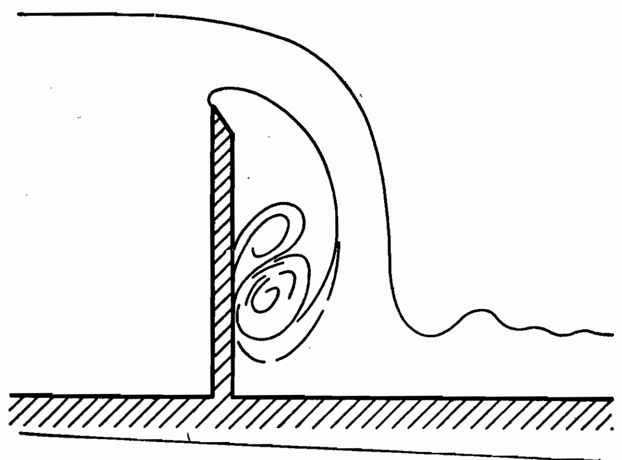
b) Preljev s bočnim suženjem

Na sl. 148. prikazan je preljev s bočnim suženjem.
Jednadžba za protok jednaka je jednadžbi za nesuženi preljev:

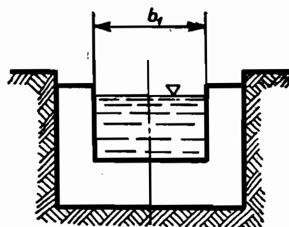
$$Q = \frac{2}{3} \mu b_1 h \sqrt{2gh}$$

jedino s tom razlikom što se b_1 odnosi na širinu preljeva.

Kod ovog preljeva može se računati s približnim faktorom istjecanja $\mu = 0{,}63$.



Sl. 147.



Sl. 148.

c) Preljevna brana

Količina je protoka i ovdje

$$Q = \frac{2}{3} \mu \, b \, h \sqrt{2gh}$$

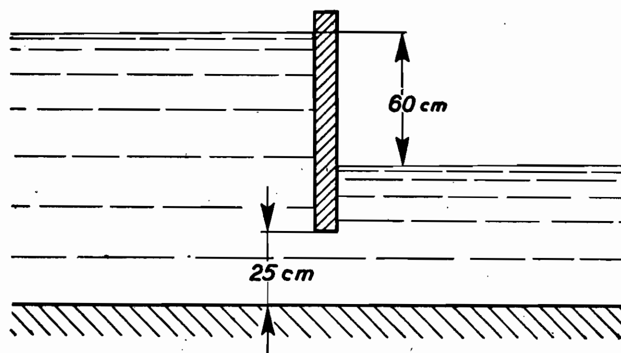
Vrijednost faktora istjecanja ovisi najviše o zaobljenju gornjeg dijela brane, ali i o drugim faktorima.

Kod ovog preljeva protok može biti do 30% veći od protoka kod preljeva s oštrim rubom.

Faktor istjecanja kreće se od 0,60 do 0,82. Zadnja vrijednost odnosi se na branu sa znatnim zaobljenjem tjemena.

ZADACI

1. Kod preljeva sa suženjem izmjerena je visina $h = 300$ mm i širina preljeva $b = 200$ mm. Koliki je protok?
2. Kod preljevne brane treba odrediti približno protok. Širina je brane 3,4 m, visina preljeva 220 mm, zaobljenje je tjemena srednje.
3. Širina je brane $b = 80$ cm; ostale mjere naznačene su na sl. 149. Kolika je idealna brzina i protok u minuti ako je $\mu = 0{,}62$?



Sl. 149.

19. OTPOR KOD OPTJECAJNIH TIJELA

Prilikom gibanja tijela kroz tekućinu ili plin pojavljuje se otpor tekućine ili plina, koji je protivan smjeru gibanja tijela. Za održavanje jednolikog gibanja tijela potrebno je trošiti (za svladavanje radnje otpora) mehaničku energiju. Utrošena energija predaje se tekućini ili plinu i konačno se pretvara u toplinsku energiju.

Analogne pojave pokazuju se i onda ako je tijelo nepomično, a tekućina ga optječe. U tom slučaju pruža tijelo otpor protjecanju tekućine, na što se troši dio energije koju posjeduje tekućina.

Tijelo može biti potpuno uronjeno ili djelomično uronjeno. Razmotrit ćemo najprije slučaj ako je tijelo potpuno uronjeno.

Otpor, s obzirom na uzrok, dijeli se na *otpor površine* i *otpor oblika.* Ravna ploča (sl. 150), uz koju prileži struja, pruža samo otpor površine. Uzrok je tome otporu trenje. Na površini tijela nema gibanja tekućine, jer se zbog adhezionih sila tekućina, odnosno plin zadrži uz površinu. Prijelaz od brzine nula u sloju sasvim uz tijelo do brzine pune vrijednosti nastaje u razmjerno tankom sloju, tzv. *graničnom sloju.* Na sl. 151. prikazana je u povećanom mjerilu promjena brzine na jednom mjestu graničnog sloja. Brzina od točke na tijelu prema vani raste, da bi u izvjesnoj udalje-

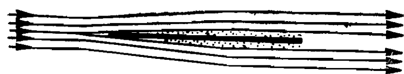
nosti postigla punu vrijednost v_0. Udaljenost x je debljina graničnog sloja na promatranom mjestu. Izvan graničnog sloja brzina se praktički ne mijenja, kao da ne postoji trenje. Optjecanje u graničnom sloju može biti laminarno ili turbulentno.

Otpor ploče, ukupne površine F, koja je paralelna sa smjerom strujanja iznosi

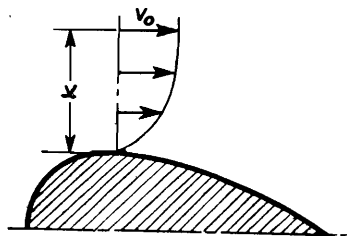
$$O_p = c_p \frac{\gamma}{2g} v^2 F$$

gdje je c_p koeficijent otpora (on ovisi, kod glatke površine, o Reynoldsovu broju i o tome je li strujanje laminarno ili turbulentno), γ je spec. težina tekućine, odnosno plina, a v brzina strujanja, odnosno gibanja ploče.

Kod optjecanja nekog tijela otpor ovisi samo o ponašanju graničnog sloja. Ako struja prileži uz tijelo, nastaje otpor samo od sile koju prenosi granični sloj. Međutim, ako se struja tekućine ili plina odvaja od površine (sl. 152), tada na mjestu odvajanja nastaje potlak, a u struji iza tijela vrtlozi. To prouzrokuje dodatni otpor. Takvo tijelo ima uz otpor površine i otpor oblika.



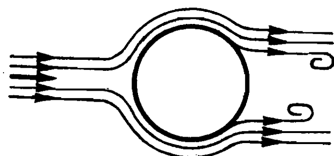
Sl. 150.



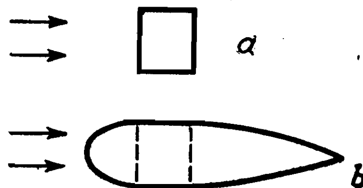
Sl. 151.

Otpor oblika određen je izrazom

$$O = c \frac{\gamma}{2g} v^2 F$$



Sl. 152.



Sl. 153.

gdje je c koeficijent otpora (on se određuje pokusom, a ovisi o obliku tijela i o Reynoldsovu broju), γ specifična težina tekućine, odnosno plina, a F površina projekcije tijela na ravninu okomitu na smjer strujanja.

Oblik tijela ima veliki utjecaj na veličinu otpora. Oštri bridovi kod tijela prouzrokuju odvajanje struje i time povećavaju otpor. Zaobljeni prednji dio, a naročito vitki stražnji dio smanjuje mogućnost odvajanja i vrlo povoljno djeluje na smanjenje otpora. Time što je cilindru dodan zaobljeni prednji dio i vitki stražnji dio smanjen je otpor za 96% (sl. 153). Oblik na slici *b* poznat je pod imenom *aerodinamičan*. Kap tekućine kod pada kroz uzduh poprima također aerodinamičan oblik; tom obliku kapi pruža uzduh najmanji otpor. Kod većih brzina vozila i letala (iznad 100 km/sat) pretežni dio otpora otpada na otpor oblika, pa se stoga njima daje aerodinamičan ili njemu sličan oblik.

Otpori oblika ispituju se u tzv. zračnim tunelima. Model aviona, automobila i drugih tijela postavlja se u struju uzduha proizvedenu snažnim ventilatorom, pa se mjere otpori. Iz podataka dobivenih na modelima zaključuje se, na temelju zakona sličnosti, koliki će biti otpor objekta normalne veličine.

Kod tijela koja su djelomično uronjena, npr. kod brodova, pojavljuje se uz otpor površine i oblika i otpor valova. Brod kod gibanja pravi valove i u to se troši izvjestan iznos energije. Obično taj otpor prevladava. Otpori kod brodova ispituju se također na modelima u bazenima, u kojima se modeli vuku i pri tome mjere otpori. Promjenama na modelu i mjerenjem otpora pronalazi se najpovoljniji oblik budućeg broda.

20. HIDRODINAMIČKI PRITISAK

a) Reakciona sila

Iz posude s bočnim otvorom (sl. 154) površine F istječe tekućina. Površina je otvora F prema površini razine F_0 vrlo malena. Pretpostavit ćemo da je visina stupca h stalna zbog pritjecanja tekućine. U slučaju idealne tekućine bit će brzina istjecanja

$$v = \sqrt{2gh}$$

Na stijenki posude nasuprot otvoru pojavit će se reakciona sila R, koja djeluje u suprotnom smjeru od brzine istjecanja v.

Veličina *reakcione* ili *hidrodinamičke sile* R jest

$$R = Q \frac{\gamma}{g} v \text{ [kp]}$$

a jer je

$$Q = Fv \text{ i } v = \sqrt{2gh}$$

bit će

$$R = F v^2 \frac{\gamma}{g} = 2\,h\,\gamma\,F \text{ [kp]}$$

Hidrostatska sila kojom bi tekućina djelovala na zatvoreni otvor jest

$$P = h\,\gamma\,F \text{ [kp]}$$

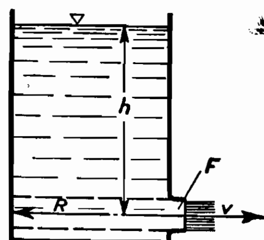
Hidrodinamička je sila dva puta veća od hidrostatske sile na zatvoreni izlazni otvor.

Neka se posuda giba brzinom u u smjeru protivnom od smjera brzine v (sl. 155). U tom slučaju bila bi apsolutna brzina istjecanja $v - u$. Hidrodinamička je sila sada.

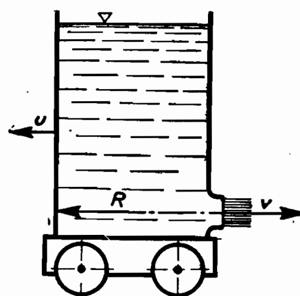
$$R = Q \frac{\gamma}{g} (v - u) \text{ [kp]}$$

Snaga (učin) sile je

$$N = R \cdot u = Q \frac{\gamma}{g} (v - u) \text{ [kpm/s]}$$



Sl. 154.



Sl. 155.

Maksimalna snaga nastaje kada je brzina posude $u = \frac{v}{2}$

$$N_{max} = Q \frac{\gamma}{g} \frac{v^2}{4} \text{ [kp m/s]}$$

PRIMJER: Iz posude istječe voda kroz otvor promjera 50 mm. Visina stupca vode iznosi 2,6 m.

a) Kolika je reakciona sila ako posuda miruje? b) Ako se posuda giba brzinom od 4 m/s, kolika je reakciona sila i kolika je pri tom snaga? c) Kod kolike brzine posude postaje snaga maksimalna i kolika je?

R j e š e n j e : a) Posuda miruje

Brzina istjecanja

$$v = \sqrt{2 g h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}6} \text{ m/s} = 7{,}1 \text{ m/s}$$

Reakciona sila

$$R = 2\,h\,\gamma\,F = 2 \cdot 2{,}6 \cdot 1000 \cdot \frac{0{,}05^2\,\pi}{4} = 10{,}2\ \text{kp}$$

b) Posuda se giba

Relativna brzina

$$v - u = 7{,}1\ \text{m/s} - 4\ \text{m/s} = 3{,}1\ \text{m/s}$$

Reakciona sila

$$R = Q\frac{\gamma}{g}(v - u) = 0{,}00196 \cdot 7{,}1 \cdot \frac{1000}{9{,}81} \cdot 3{,}1 = 4{,}4\ \text{kp}$$

Snaga

$$N = R \cdot u = 4{,}4 \cdot 4 = 17{,}6\ \text{kpm/s}$$

c) Brzina posude za maksimalnu snagu

$$u = \frac{v}{2} = \frac{7{,}1}{2} = 3{,}55\ \text{m/s}$$

Maksimalna snaga

$$N_{max} = Q\frac{\gamma}{g}\frac{v^2}{4} = 0{,}00196 \cdot 7{,}1 \cdot \frac{1000}{9{,}81} \cdot \frac{7{,}1^2}{4} = 18\ \text{kpm/s}$$

b) Akciona sila

Slobodan mlaz tekućine koji udara na neku ploču proizvodi hidrodinamičku silu koja se naziva *akciona sila.*

Jednostavan slučaj prikazan je na sl. 156. Mlaz tekućine udara brzinom v na ploču koja je okomita na smjer mlaza. Akciona je sila

$$P = Q\frac{\gamma}{g}v = \frac{\gamma}{g}Fv^2\ [\text{kp}]$$

Ako se ploča giba brzinom u u smjeru sile P, udarat će tekućina na ploču apsolutnom brzinom $v - u$, pa će akciona sila biti

$$P = Q\frac{\gamma}{g}(v - u)\ [\text{kp}]$$

a snaga joj je

$$N = Pu = Q\frac{\gamma}{g}(v - u)\ [\text{kpm/s}]$$

Opet će maksimalna snaga biti kod $u = \dfrac{v}{2}$

$$N_{max} = \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{v^2}{4}$$

PRIMJER: Vodeni mlaz koji izlazi iz mlaznice od 40 mm promjera brzinom od 25 m/s udara o okomitu ploču. Kolika je akciona sila kad ploča miruje, kolika bi morala biti brzina ploče da bi snaga bila maksimalna?

R j e š e n j e : Akciona sila

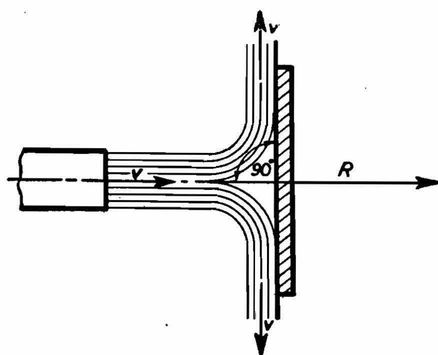
$$P = Q \frac{\gamma}{g} v = \frac{\gamma}{g} F v^2 = \frac{1000}{9{,}81} \cdot 0{,}00126 \cdot 25^2 = 80\, kp$$

Brzina ploče za maksimalnu snagu

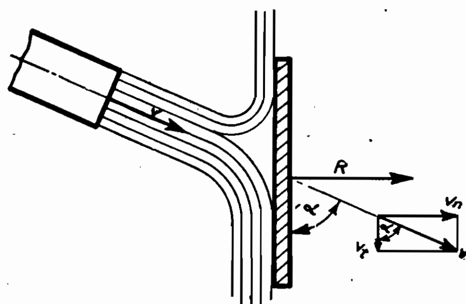
$$u = \frac{v}{2} = 12{,}5 \text{ m/s}$$

Maksimalana snaga

$$N_{max} = Q \frac{\gamma}{g} \frac{v^2}{4} = 0{,}00126 \cdot 25 \cdot \frac{1000}{9{,}81} \cdot \frac{625}{4} = 500 \text{ kpm/s}$$



Sl. 156.



Sl. 157.

U slučaju da je ploča nagnuta pod kutom a (sl. 157), možemo brzinu v rastaviti u dvije komponente v_n normalnu na ploču i v_t tangencijalnu na ploču:

$$v_t = v \cos a, \qquad v_n = v \sin a$$

Tekućina se giba uz stijenku brzinom v_t, i, ako je stijenka glatka, ona neće djelovati nikakvom silom na ploču. Normalnom brzinom v_n udara tekućina na stijenku. Akciona sila P bit će

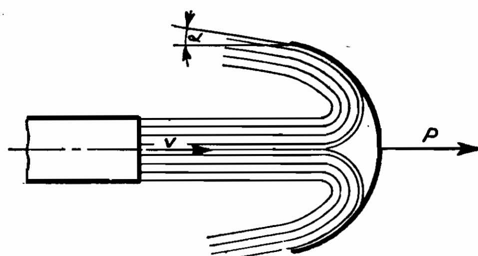
$$P = Q \frac{\gamma}{g} v \sin a \text{ kp}$$

Mlaz udara u zakrivljenu ploču (sl. 158) i nakon udara napušta je pod kutom α. U ovom slučaju akciona je sila

$$P = Q \frac{\gamma}{g} v \cdot (+ \cos \alpha) \text{ [kp]}$$

za $\alpha = 0°$ mijenja se jednadžba:

$$P = 2Q \frac{\gamma}{g} v \text{ [kp]}$$



Sl. 158.

Akciona sila kod potpuno okrenutog mlaza dva puta je veća nego kod ravne ploče sa zaokretom od 90°.

Snagu koju razvija mlaz udarajući na ploču možemo izračunati ako akcionu silu P pomnožimo brzinom u kojom se giba ploča.

Maksimalna snaga dobije se i ovdje ako se ploča giba brzinom

$$u = \frac{v}{2}$$

Akciona sila je

$$P = 2Q \frac{\gamma}{g} (v - u) \text{ [kp], a za } u = \frac{v}{2},$$

$$P = 2Q \frac{\gamma}{g} \left(v - \frac{v}{2}\right) = Q \frac{\gamma}{g} v \text{ [kp]}$$

pa je maksimalna snaga

$$N_{max} = P u = \frac{P v}{2} \text{ [kpm/s]}$$

$$N_{max} = Q \frac{\gamma}{g} v \frac{v}{2} = Q \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{v^2}{2} \text{ [kpm/s]}$$

ili:

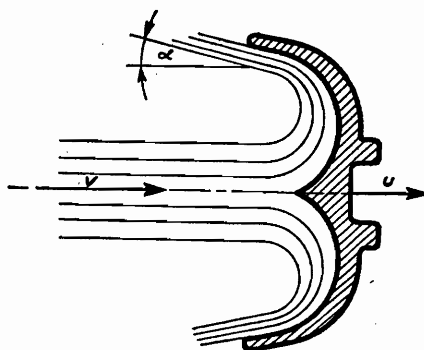
$$N_{max} = \frac{\gamma Q v^2}{2g \cdot 75} \text{ [K S]}$$

PRIMJER: Kod turbine tipa Pelton lopatice imaju oblik kakav je nacrtan na sl. 159, a nalaze se pričvršćene na obodu kola. Srednji je promjer lopatice 0,8 m. Kroz mlaznicu struji 0,15 m³/s vode brzinom $v = 47$ m/s.

a) Kolika mora biti obodna brzina da bi turbina razvijala maksimalnu snagu?

b) Kolika je maksimalna snaga?

c) Koliki je broj okretaja kola?



Sl. 159.

R j e š e n j e : Obodna brzina za maksimalnu snagu

$$u = \frac{v}{2} = \frac{47}{2} = 23{,}5 \text{ m/s}$$

Teoretska snaga turbine

$$N_{max} = \frac{\gamma Q v^2}{2g \cdot 75} = \frac{1\,000 \cdot 0{,}15 \cdot 47^2}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 75} = 225 \text{ KS}$$

Broj okretaja

$$u = \frac{D \pi n}{65} [\text{m/s}]; \quad n = \frac{60\, u}{D \pi} [\text{min}^{-1}]$$

$$n = \frac{60\, u}{D \pi} = \frac{60 \cdot 23{,}5}{0{,}8 \cdot \pi} = 56{,}6 \text{ min}^{-1}$$

Akciona sila

$$P = \frac{Q \gamma v}{g} = \frac{0{,}15 \cdot 1\,000 \cdot 47}{9{,}81} = 720 \text{ kp}$$

ZADACI

1. Kolikom će silom djelovati mlaz vode na ravnu okomitu ploču ako istječe 15m³/min brzinom od 12 m/s?

2. Vodni mlaz promjera 25 mm udara brzinom od 30 m/s na ravnu ploču pod kutom od 60°. Kolika će biti sila prouzrokovana mlazom?

3. Ušće mlaznice kod Peltonove turbine nalazi se 150 m ispod gornje razine vode. Kolika će biti brzina mlaza vode iz mlaznice ako je koeficijent brzine $\varphi = 0{,}97$ i ako otpor u dovodnoj cijevi do ušća mlaznice iznosi 16,5 m? Turbina troši 120 l vode na sekundu. Koliki je pritisak na lopaticu kod optimalne obodne brzine $u = \frac{v}{2}$ i potpunog zaokretanja mlaza, a koliki je kad se turbinsko kolo zakoči $(u = 0)$?

4. Voda izlazi iz mlaznice vatrogasne štrcaljke brzinom od 30 m/s. Kolikom reaktivnom silom djeluje mlaznica na vatrogasca koji je drži ako se zanemari brzina vode u dovodnoj cijevi?

5. Mlazni reaktivni motor potiskuje avion kod brzine od 860 km/sat silom od 1250 kp. Koliku snagu razvija pri tome motor?

6. Peltonova turbina ima srednji promjer lopatice 860 mm. Mlaznica ima promjer od 80 mm i daje na sekundu 210 l vode. Mlaz izlazi iz lopatice pod kutom $\alpha = 5°$.

   Odredi:

   a) brzinu mlaza;

   b) obodnu brzinu lopatica;

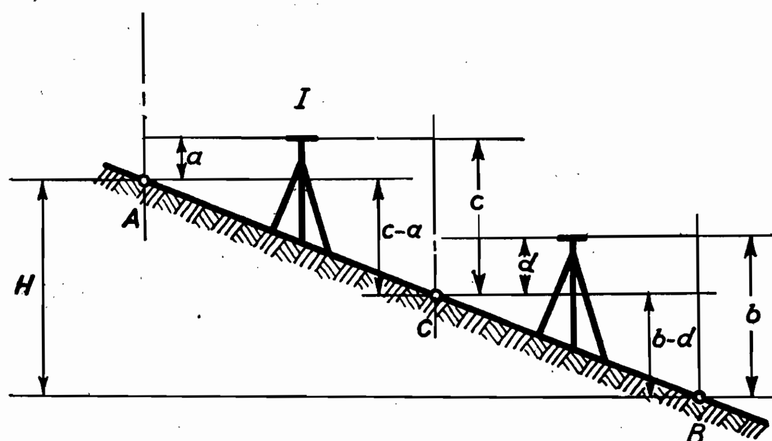
   c) hidrodinamički pritisak i

   d) snagu turbine.

IV. HIDRAULIČKA MJERENJA

1. MJERENJE PADA

Mjerenje pada kanala, potoka ili rijeke mjeri se geodetskim instrumentima za nivelaciju. Istim se načinom mjeri vertikalna udaljenost razina dvaju spremišta. Zbog toga se ta visina zove geodetska visina. Instrument za nivelaciju sastoji se od dalekozora s vodenom vagom na tronožnom stalku. Recimo da je potrebno izmjeriti pad kanala *H* od točke *A* do *B* (sl. 160). Instrument za nivelaciju postavi se u položaj *I* i dalekozor se izravna pomoću vodene vage u horizontalni položaj. U točkama *A* i *C* postave se vertikalno dvije mjerne letve. Gledanjem kroz dalekozor s položaja *I* prema točkama *A* i *C* očitaju se na skalama letava u točkama *A* i *C* visine *a* i *c*. Točka *A* nalazi se za vrijednost *c* — *a* iznad točke *C*. Na isti način, mjereći s položaja *II*, odredit će se visina točke C iznad točke *B* sa *b* — *d*. Ukupna visina bit će



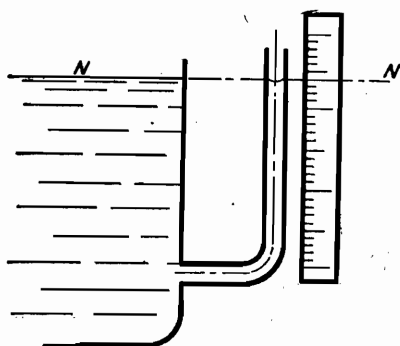
Sl. 160.

$$H = (c - a) + (b - d)$$

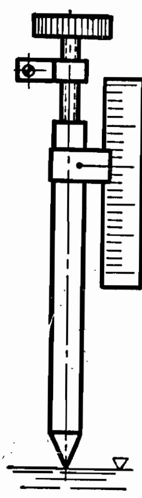
Kod većih dužina uzima se više mjernih položaja. Točnost je ovakva mjerenja velika.

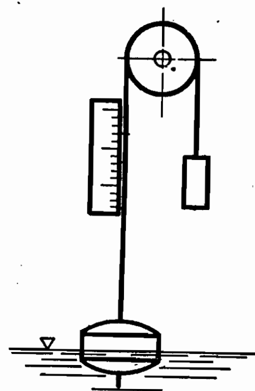
2. ODREĐIVANJE RAZINE TEKUĆINE

Za određivanje visine razine tekućine upotrebljava se obično pijezometarska cijev. Na sl. 161. $N-N$ jest visina razine, koja je u cijevi u istoj visini kao u spremištu. S pomoću pomičnog mjerila može se na skali odrediti točna visina razine. S obzirom na kapilarno podizanje razine tekućine u cijevi, mora promjer cijevi biti veći od 10 mm. Vrlo točno određivanje visine razine može se postići šiljkom (sl. 162). Praktično je određivanje razine plovkom. Šuplji plovak od bakrenog ili mjedenog lima vezan je gibljivom žicom preko kolotura na uteg. Kazaljka na žici pokazuje visinu razine (sl. 163).



Sl. 161.


Sl. 162.

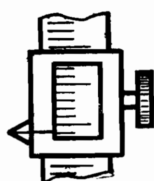

Sl. 163.

3. MJERENJE VISINE STUPCA TEKUĆINE

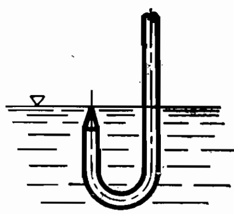
Pri mjerenju visine stupca tekućine u staklenim cijevima očitava se visina na mjerilu koje je prislonjeno uz cijev. Nul-točka postavlja se na donju razinu, dok se na gornjoj površini očita visina stupca. Oko se mora pri tom postaviti u visinu razine, i mora se zamisliti da je razina produžena do skale. Zbog podizanja, odnosno spuštanja razine uz stijenke cijevi, mjerodavan je samo srednji dio razine. Točnije se može očitati ako se na skali nalazi jahač sa šiljkom. Jahač ima, osim toga, vijak koji se može fiksirati (sl. 164).

Kod vrlo točnih laboratorijskih mjerenja očitava se visina stupca nonijem, koji se pomiče po glavnoj skali. Nul točka podešava se šiljkom uronjenim ispod donje razine tekućine (sl. 165). Zbog pojave kapilarnosti

razina se tekućine u cijevima podigne, odnosno spusti, već prema tome je li ta tekućina kvasi ili ne kvasi stijenke (vidi str. 2). To se u mnogo slučajeva mora uzeti u obzir jer je visina stupca zbog pojave kapilarnosti različita od visine stupca koji je prouzrokovan tlakom. Kod promjera cijevi od 10 mm povišenje stupca vode iznosi 2,94 mm, a sniženje kod žive —1,50 mm. Ako U-cijev ima oba kraja istog promjera i ako je napunjena samo jednom tekućinom, onda se razlike zbog kapilarnosti u oba kraka međusobno poništavaju. U protivnom slučaju potrebno je da promjer cijevi ne bude suviše malen. Kod promjera od 20 mm za vodu i 15 mm za živu, može se pomicanje razine zbog kapilarnosti praktički zanemariti.



Sl. 164.



Sl. 165.

4. ODREĐIVANJE PROTOKA

Određivanje protoka u otvorenim tokovima i u cijevima s pomoću mjerenja jedno je od najvažnijih hidrauličkih problema. Postoji izravan način, pri kome se odmah određuje protok, i posredan, pri kome se određuje srednja brzina, a iz nje se i presjeka tek izračuna protok.

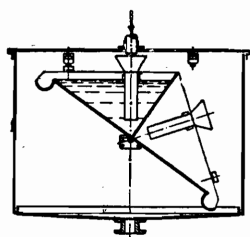
a) Mjerenje protoka posudama

Manje količine tekućine mogu se odrediti tako da se puštaju u posude. Vaganjem prazne i pune posude može se vrlo točno odrediti težina tekućine. Ako je potrebno mjeriti veću količinu tekućine, moraju se upotrijebiti dvije posude na dvije vage. Posude se pune naizmjenično, i u vremenu dok se jedna puni druga se prazni kroz odvodni pipac, koji se nalazi na dnu posude.

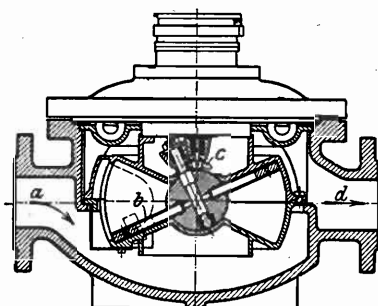
Drugi način bio bi da se tekućina pušta u baždarenu posudu ili baždareni spremnik. Iz povišenja razine u posudi može se odrediti količina tekućine koja je ulivena u posudu. Ovaj način nije tako točan kao onaj prvi, naročito ako su dimenzije presjeka velike prema visini stupca tekućine.

b) Vodomjeri

Na sl. 166. prikazan je vodomjer s posudama. On se sastoji od dvije trouglaste posude. Kad se jedna posuda napuni tekućinom, ona prevagne i na njeno mjesto dođe druga, prazna posuda, dok se prva posuda sama isprazni. Posebno brojilo bilježi broj punjenja.

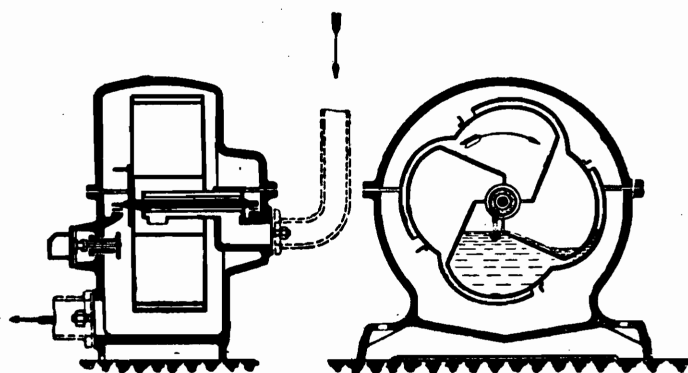


Sl. 166.



Sl. 167.

Drugi tip vodomjera izrađen je poput stapne pumpe. U cilindru se nalazi dvoradni stap. Voda ulazi u cilindar pod stap i podiže ga u najviši položaj. U najvišem položaju zaokrene stapajica dovodni pipac tako da voda sada ulazi u prostor iznad stapa, dok voda ispod stapa otječe. U najnižem položaju stapa igra se ponovi, i tako dalje. Stapaji se prenose na brojilo koje bilježi m³ vode.



Sl. 168.

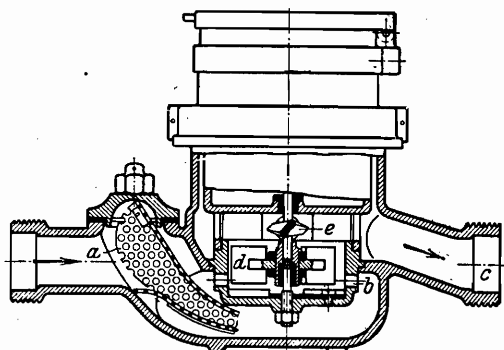
Postoje vodomjeri koji rade s okretnim stapom. Kod njih nema ventila.

Daljnja vrsta vodomjera prikazana je na sl. 167. U obočju nalazi se metalna ploča *b* koja se okreće oko kuglastog zgloba *c*. Pri prolaženju

tekućine od *a* prema *d* ploča se kružno njiše, a osovina opisuje plašt čunja. Osovina pokreće brojilo koje se nalazi u gornjem dijelu vodomjera.

Na sl. 168. prikazan je vodomjer s bubnjem. U okruglom obočju nalazi se bubanj s četiri mjerne komore. Tekućina se dovodi kroz šuplju osovinu i odavde se postupno pune pojedine komore. Kako se time pomiče težište, nastaje rotacija komora, pa se pune komore postupno prazne. Okretanje osovine prenosi se na brojčanik koji pokazuje ukupnu proteklu količinu tekućine. Takve sprave grade se i za druge tekućine, kao što su mineralna ulja, kiseline i lužine. Naravno da su građeni od materijala koji je otporan protiv djelovanja tih tekućina.

Vodomjer s krilnim kolom vidi se na sl. 169. Voda, ili neka druga tekućina, prolazi najprije kroz sito *a*, koje sadrži grube nečistoće. Zatim voda prolazi kroz otvore *b* koji su koso postavljeni prema krilnom kolu



Sl. 169.

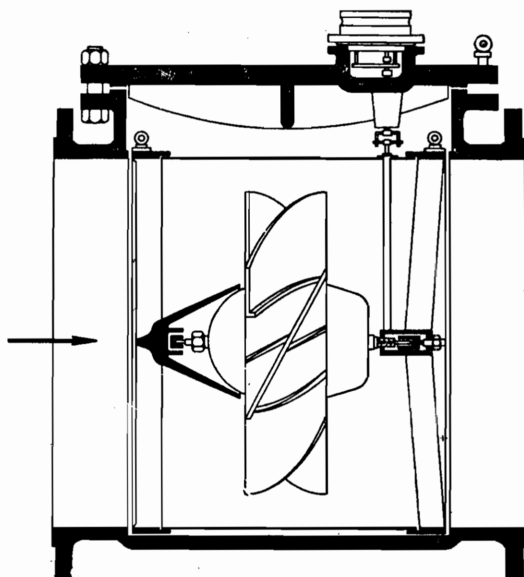
d. Vodni mlaz dobije zbog toga kružno gibanje, i ovo pokreće krilno kolo. Pomoću kola *e* obavlja se regulacija vodomjera. Zupčanici brojila rade kod čiste vode u tekućini (tzv. mokri vodomjeri), dok su kod nečiste vode i tekućine koje djeluju korozivno — u suhu, i odijeljeni brtvenicom od donjeg dijela (suhi vodomjer).

Za velike promjere cijevi i velike protoke upotrebljava se Woltmannov vodomjer (sl. 170). Aksijalni rotor nalazi se u cilindričnom obočju. On je izrađen od laganog materijala (npr. celuloida), tako da pliva u vodi. Strujanje vode zaokreće rotor, i on zapravo mjeri brzinu vode; međutim, brojčanik označuje proteklu količinu tekućine.

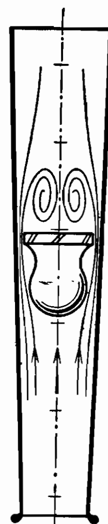
Na sasvim drugom principu djeluje rotametar (sl. 171).

U slabo koničnoj staklenoj cijevi nalazi se lagano rotaciono tijelo. Ono lebdi u struji koja se giba prema gore. Kosi zarezi na gornjem dijelu

prouzrokuju rotaciju rotacionog tijela i time ga stabiliziraju. Na samom staklu urezana podjela pokazuje izravno protok. Rotametar se upotrebljava za mjerenje malih količina tekućina ili plinova.



Sl. 170.



Sl. 171.

c) Venturijev vodomjer

Teorija Venturijeva vodomjera izložena je na str. 88. Idealni protok određen je formulom

$$Q = F_2 \sqrt{\frac{2\,g\,(p_1 - p_2)}{\gamma\left(1 - \frac{F_2^2}{F_1^2}\right)}}$$

Ako se omjer presjeka $\frac{F_2}{F_1}$ označi sa m, tj. $\frac{F_2}{F_1} = m$

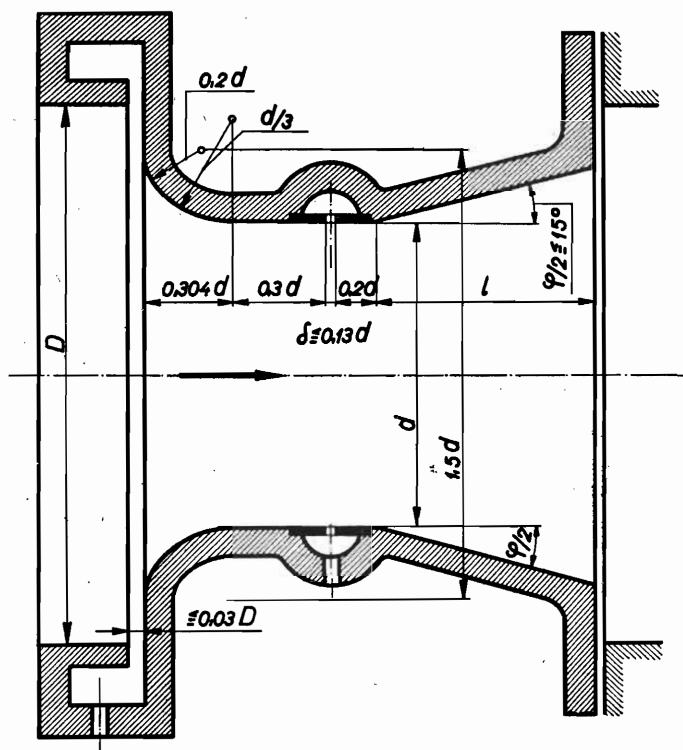
formula za protok poprima ovaj oblik:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{1 - m^2}}\, F_2 \sqrt{\frac{2\,g}{\gamma}\,(p_1 - p_2)}$$

Stvarni je protok zbog trenja manji, pa se uzima u obzir posebnim koeficijentom ξ, koji je malo manji od jedinice.

Razlika tlaka $(p_1 - p_2)$ mjeri se stupcem žive u U-cijevi ili kojim sličnim diferencijalnim manometrom. Venturijeva cijev služi za mjerenje protoka vode, ali i za mjerenje protoka plinova i para.

Za neku su određenu Venturijevu cijev vrijednosti za ξ i $\frac{1}{\sqrt{1-m}}$ konstantne, tako da se te vrijednosti zamjenjuju konstantom aparata a, koja se naziva *faktor istjecanja*. On se određuje eksperimentalno u ovis-



Sl. 172.

nosti omjera m i Reynoldsova broja s obzirom na promjer cijevi D. Konačna jednadžba za Venturijevu cijev glasi:

$$Q = a F_2 \sqrt{\frac{2g}{\gamma}(p_1 - p_2)}$$

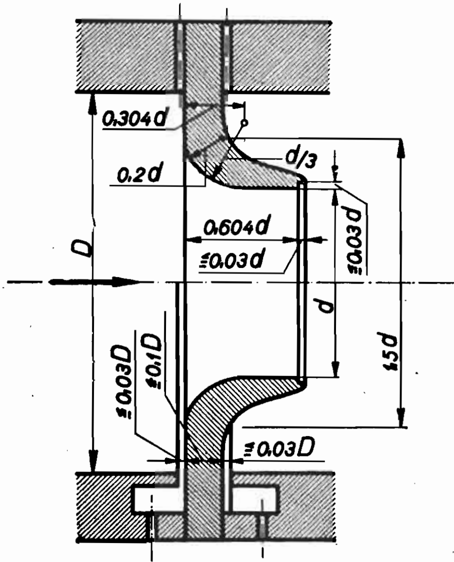
ili, ako označimo razliku tlakova $p_1 - p_2 = \Delta p$:

$$Q = a F_2 \sqrt{\frac{2g}{\gamma} \Delta p}$$

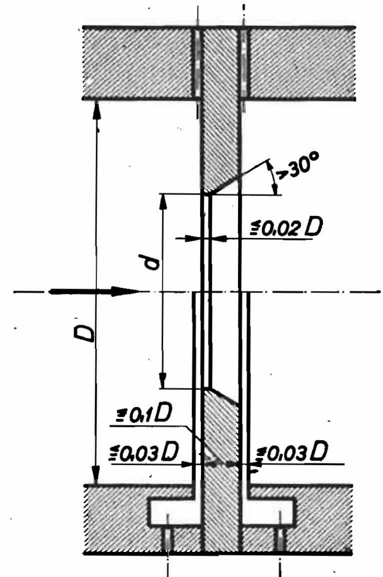
Na sl. 172. prikazana je tehnička izvedba Venturijeve cijevi.

d) Mjerna sapnica i zaslon

Mnogo češće od Venturijeve cijevi upotrebljavaju se danas za mjerenje protoka u cijevi standardizirana sapnica i standardizirani zaslon. Na sl. 173. i 174. prikazane su sapnice i zaslon. *D* označuje slobodan promjer cijevi, dok je *d* promjer mlaznice, odnosno zaslona. Na slikama su naznačene dvije različite izvedbe, s lijeve strane središnjice izvedba s provrtima za mjerenje tlakova, a s desne strane s kružnim kanalom.



Sl. 173.



Sl. 174.

Brzina je u najužem presjeku

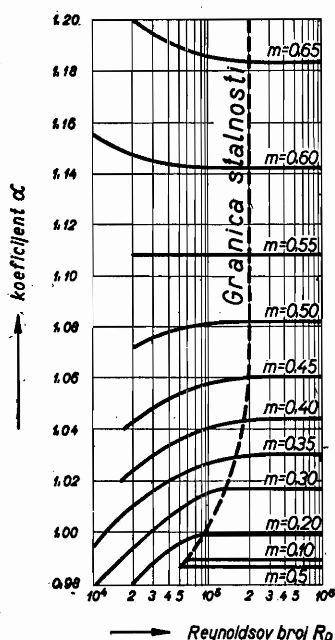
$$v = \alpha \sqrt{\frac{2\,g\,\Delta p}{\gamma}}\ \mathrm{m/s}$$

α je faktor istjecanja mjerne sapnice ili zaslona. Taj koeficijent ovisi o omjeru presjeka $m = \frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{d^2 \pi}{4}}{\frac{D^2 \pi}{4}} = \frac{d^2}{D^2}$ i o Reynoldsovu broju R_e. Iznad nekog određenog R_e α je, međutim, praktički konstantan.

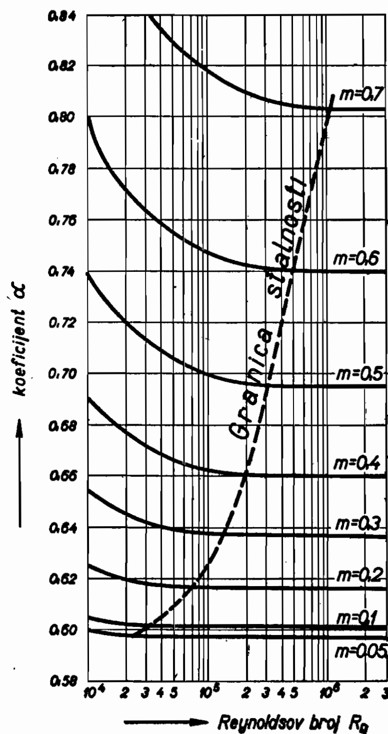
U dijagramu na sl. 175. prikazana je ovisnost koeficijenta α za mjernu sapnicu o Reynoldsovu broju označenu sa R_D za različite m (od 0,1 do 0,60). Isto tako imamo u dijagramu na sl. 176. naznačenu ovisnost koeficijenta α za mjerni zaslon.

Mjerna sapnica i zaslon mogu se ubotrijebiti za sve promjere cijevi od 50 mm naviše. Ispred mjernog mjesta i iza njega cijev mora biti ravna u dužini od 10 do 20 *D*.

PRIMJER: Ventilator tlači 2500 m^3 zraka na sat pod pretlakom od 80 mm s. v. kroz cijev promjera od 300 mm. U cijev treba postaviti mjernu sapnicu.



Sl. 175.



Sl. 176.

R j e š e n j e : Brzina zraka u cijevi

$$v = \frac{Q}{3600 \frac{D^2 \pi}{4}} = \frac{2500}{3600 \frac{0{,}3^2 \pi}{4}} = 9{,}8 \text{ m/s}$$

Odabrat ćemo promjer sapnice od 200 mm, pa će omjer presjeka biti

$$m = \frac{F_2}{F_1} = \frac{d^2}{D^2} = \frac{200^2}{300^2} = \frac{40\,000}{90\,000} = 0{,}445$$

Reynoldsov broj za zrak u cijevi promjera D

$$R_D = \frac{v_1 D}{\nu} \frac{880 \cdot 0{,}30}{0{,}00145} = 182\,069$$

Iz dijagrama proizlazi $\alpha = 1{,}065$.
Brzina zraka u najužem presjeku sapnice bit će

$$v_2 = \frac{Q}{3600 \frac{d^2 \pi}{4}} = \frac{2500}{3600 \frac{0{,}2^2 \pi}{4}} = 22{,}2\,\mathrm{m/s}$$

Iz jednadžbe

$$v_1 = \alpha \sqrt{\frac{2 g \Delta p}{\gamma}}$$

možemo izračunati koliki će biti Δp, tj. koliku će razliku u tlakovima pokazivati cijevni manometar:

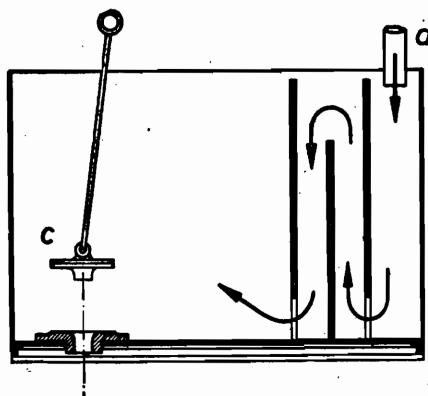
$$\Delta p = \frac{\gamma}{2g} \frac{v_2^2}{\alpha^2} = \frac{1{,}20}{2 \cdot 9{,}81} \frac{2{,}22^2}{1{,}065^2}\,\mathrm{kp/m^2} = 26{,}3\,\mathrm{kp/m^2} = 26{,}3\ \mathrm{mm\ s.\ v.}$$

e) Mjerenje količine tekućine istjecanjem iz posude

Voda koju treba mjeriti ulazi u mjernu posudu kroz cijev a (sl. 177). Razdjelne stijenke umiruju razinu vode. Voda istječe kroz jedan ili više mjernih otvora, koji se mogu otvoriti i zatvoriti čepom c. Količina vode koja istječe, a ujedno i koja ulazi, jest

$$G = \mu F \sqrt{2 g h}$$

Ako nadolazi veća količina vode, povećat će se h dok se ne uspostavi ravnoteža između vode koja nadolazi i vode koja istječe. Ako se želi



Sl. 177.

postići izvjesna točnost, ne smije h biti suviše malen. Kod otvora od 30 do 50 mm s oštrim bridovima može se računati za vodu sa $\mu = 0{,}605$ do $\mu = 0{,}61$ a za zrak sa $\mu = 0{,}60$. Bolje je ako se otvor napravi u obliku mlaznice sa zaobljenjem. U tom je slučaju $\alpha = 0{,}98$ do $\alpha = 1{,}0$ za vodu i zrak, a $\alpha = 0{,}93$ za paru.

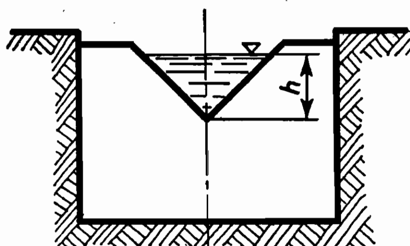
f) Preljev

Veće količine vode (npr. u kanalima, u turbinskim kanalima) mjere sa preljevom.

Sekundni je protok kod preljeva (vidi str. 147)

$$Q = \frac{2}{3} \mu h b \sqrt{2 g h} \; [m^3/s]$$

Točna vrijednost koeficijenta μ ovisi o obliku oštrice preljeva, o visini brane i obliku dovodnog kanala. Važno je također da prostor ispod vodnog preljeva bude spojen s vanjskim zrakom.



Sl. 178.

U slučaju da je širina dovodnog kanala jednaka širini brane, kreće se vrijednost

$$\frac{2}{3} \mu = \text{od } 0{,}41 \text{ do } 0{,}45$$

Ako je, pak, širina b preljeva manja od širine kanala, kreće se

$$\frac{2}{3} \mu = \text{od } 0{,}40 \text{ do } 0{,}41$$

Ova posljednja izvedba upotrebljava se kod manjih protoka. Za malene protoke do 0,5 m³/s povoljniji je trokutni preljev s kutom od 90° (sl. 178).

Kod njega je protok u sekundi

$$Q = \frac{4}{15} h^2 \sqrt{2gh}$$

uz $\mu = 0{,}5926$ koji je stalan. Ako se uvrsti vrijednost za μ, dobiva se

$$Q = 158 \cdot h^2 \sqrt{2gh}$$

Rubovi preljeva moraju biti oštri, debljine oko 2 mm, najbolje od oštrog željeznog profila, jer se inače dobivaju netočne vrijednosti. Visina *h* mora se mjeriti bar 1 m iznad brane, jer se površina vode prema brani spušta. Točne vrijednosti koeficijenta μ mogu se naći za pojedine slučajeve u opširnijim priručnicima.

g) Mjerenje kemijskim putem

Ovo se mjerenje upotrebljava kod manjih protoka, naročito gorskih bujica, i katkada kod izvedenih turbinskih cijevnih dovoda. Na nekom mjestu gornjeg toka, po mogućnosti gdje je korito suženo, dodaje se vodi jednoliko kroz izvjesno vrijeme (10 min) zasićena otopina kuhinjske soli. Na donjem dijelu toka, 100 do 200 m ispod mjesta dodavanja, uzme se nekoliko vodenih uzoraka. Iz kemijske analize uzoraka može se proračunati stupanj razrjeđenja, a iz toga odrediti količna vode. Točnost ovakva mjerenja ovisi o tome da li se otopina jednoliko dodavala vodi i o točnosti analiza.

5. MJERENJE BRZINE

a) Mjerenje plovkom

Mjeri li se na rijeci vrijeme koje je potrebno da plovak prijeđe izvjesnu dužinu riječnog toka, iz toga se može približno odrediti brzina vode. Uzima se da je srednja brzina riječnog toka 75% brzine površine vode. Takvo mjerenje nije naročito točno, pogotovu ako uz to i vjetar puše. Mjerna dužina mora biti bar 20 m.

b) Mjerenje kapkom

Mjerenje kapkom upotrebljava se samo kod već izgrađenih turbinskih kanala i u laboratorijima. Potreban je ravan kanal sa stalnim presjekom, najbolje pravokutnim. Kapak koji se može preklopiti montiran je na lagana kolica, kojih se kotači kreću po tračnicama postavljenim s obje strane kanala. Kapak zatvara potpuno presjek kanala, ali ne struže o sti-

jene. Mjeri se vrijeme koje je potrebno da kapak prijeđe stanovitu mjernu dužinu. Brzina se određuje pomoću formule

$$v = \frac{s}{t}$$

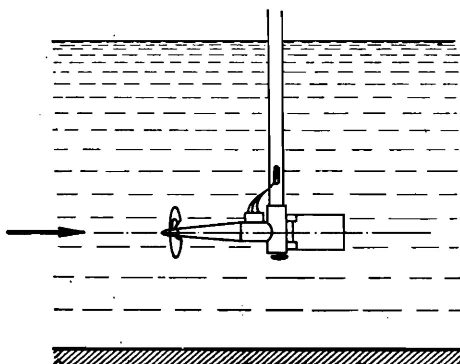
a protok pomoću formule

$$Q = F v$$

Ovaj način mjerenja daje vrlo točan rezultat.

c) Hidrometrijsko krilo

Hidrometrijsko krilo (sl. 179) sastoji se od malenog propelera koji se u vodenom toku okreće. Broj okretaja toga propelera proporcionalan je brzini vode. Nakon određenog broja okretaja propelera (10, 20 ili 40) na-

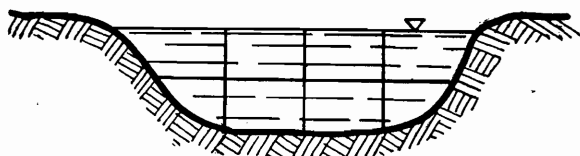


Sl. 179.

staje električnim kontaktom akustički signal. Mjerenjem vremena između signala zapornom urom, može se odrediti brzina vode na mjestu na kojem se nalazi hidrometrijsko krilo. Kod mjerenja protoka u rijekama, potocima i kanalima razdijeli se profil korita po širini i dubini na više polja (sl. 180). Zatim se u svakom polju odredi brzina vode. Iz umnoška brzine i površine izračuna se količina vode za dotično polje. Zbrajanjem količine za sva polja dobije se ukupan protok.

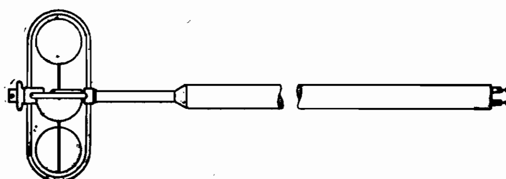
Ako se količina vode vremenom mijenja, a želi se točan rezultat, mjeri se istovremeno s većim brojem hidrometrijskih krila. Električni signali bilježe se na papirnoj traci koju satni mehanizam pomiče jednolikom brzinom.

Kad se mjeri protok u turbinskim dovodnim cijevima, postavlja se veći broj krila na križ zavaren u cijevi. Postupak registriranja signala isti je kao prije.



Sl. 180.

Za mjerenje brzine struje uzduha upotrebljavaju se slične sprave, nazvane anemometri. Okretna krila izrađena su u obliku ploča (za manje brzine) ili šupljih polukugala. Na sl. 181. nacrtana je takva sprava. Kod nekih sprava određuje se brzina opet s pomoću akustičkih signala, koji se daju električnim putem kao kod hidrometrijskih krila, kod drugih se, opet, broj okretaja može očitati na brojčaniku.



Sl. 181.

d) Prandtlova cijev

Prandtlovom cijevi* određuje se visina brzine pomoću jednadžbe $p_d = \frac{v^2}{2g}$ (vidi str. 87). Na sl. 182. pokazana je tehnička izvedba Prandtlove cijevi. Diferencijalni tlak mjeri se stupcem tekućine u U-cijevi, obično vodom, ali umjesto vode može biti i koja druga tekućina. Najčešće se Prandtlova cijev upotrebljava za mjerenje brzine zraka i drugih plinova, ali može služiti i za mjerenje brzine tekućina. Prednost je cijevi u tome što nije osjetljiva ako se točno ne usmjeri. Ako se sprava skrene do ± 10° od smjera strujanja tekućine, vrijednost dinamičkog tlaka jedva se promijeni. Budući da se Prandtlova cijev može izraditi i sasvim malih dimenzija, može se mjeriti brzina i uz samu stijenku, što je daljnja prednost ove sprave, naročito za laboratorijska mjerenja.

* Neki je nazivaju Pitotova cijev.

Kod mjerenja brzine zraka može se postaviti da je

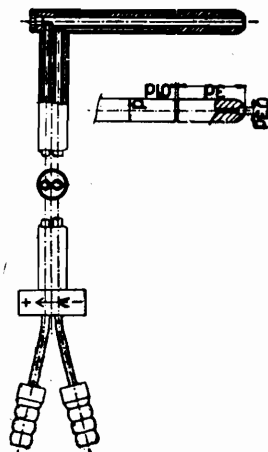
$$\frac{\gamma}{g} = \frac{1,20}{9,81} \approx \frac{1}{8} \text{ za zrak od } 20°C$$

tako da se jednadžba za dinamički tlak može pojednostavniti:

$$p_d = \frac{\gamma v^2}{2g} \approx \frac{v^2}{16}$$

i brzina odrediti iz jednostavne jednadžbe:

$$v \approx \sqrt{16 p_d} = 4\sqrt{p_d}$$



Sl. 182.

Za određivanje brzine zraka može poslužiti ova tablica:

p_d [mm v.s.]	1	4	5	9	10	16	20	25	30	36	40	49	50
[m/s]	4	8	8,95	12	12,65	16	17,9	21	21,9	24	25,3	28	28,3

Pri određivanju brzine vode mora se za γ uzeti vrijednost 1000 kp/m³:

$$p_d = \frac{\gamma v^2}{2g} = \frac{1000 \cdot v^2}{2g} \text{ kp/m}^2$$

Ako mjerimo p_d stupcem vode, onda tlaku od 1 kp/m² odgovara stupac vode od 1 mm, pa se gornja jednadžba može pisati ovako:

$$h_d = p_d = \frac{1000\, v^2}{2g} \text{ [mm s. v.]}$$

Odavde je brzina

$$v = \sqrt{\frac{2\, h_d\, g}{1000}} = \sqrt{\frac{h_d\, g}{500}} \text{ [m/s]}$$

$$v = 0,14\sqrt{h_d} \text{ [m/s] ili } h_d \text{ [mm s. v.]}$$

Za određivanje brzine vode vrijedi ova tablica:

h_d [mm s. v.]	1	4	10	20	30	40	50	100	400	1000
v [m/s]	0,14	0,28	0,443	0,626	0,766	0,885	0,99	1,4	2,8	4,43

TABLICE

1. DINAMIČKA I KINEMATIČKA ŽILAVOST VODE I ZRAKA

Temperatura u °C	Voda		Zrak (kod 760 mm)	
	μ u kp s/m²	v u m²/s	μ u kp s/m²	v u m²/s
0	$181 \cdot 10^{-6}$	$1{,}78 \cdot 10^{-6}$	$1{,}71 \cdot 10^{-6}$	$13{,}3 \cdot 10^{-6}$
10	133	1,31	1,77	13,9
20	102	1,01	1,83	14,9
50	57	0,56	2,01	18,2
80	36	0,35	2,20	22,0
100	28,9	0,30	2,33	24,5
200	—	—	2,66	35,0
500	—	—	3,87	96,7

1 cSt = 10^{-6} m²/s. Prema tome je, npr., kinematička žilavost vode kod 20 °C = $1{,}01 \cdot 10^{-6}$ m²/s ili 1,01 cSt.

2. TABLICA ZA PRERAČUNAVANJE ŽILAVOSTI

cSt	°E	R. I. s	S. U. s	cSt	°E	R. I.	S. U. s
1,0	1,0	28,5	—	15	2,32	68	77,2
2,0	1,12	31	32,6	20	2,9	86	97,5
3,0	1,22	33	36,0	25	3,45	105	118,9
4,0	1,30	35,5	39,1	30	4,1	125	140,9
5,0	1,40	38	42,3	40	5,35	164	185,7
6,0	1,48	41	45,5	50	6,65	205	231,4
7,0	1,56	43,5	48,7	60	7,9	245	277,4
8,0	1,65	46	52,0	80	10,56	324	369,6
9,0	1,75	49	55,4	100	13,2	405	462
10,0	1,83	52	58,8	151,6	20	614	702,2
				227,4	30	921	1013,3

°E — stupnjevi Englera R. I. — Redwood sekunde S. U. — Saybolt Universal sekunde

3. KINEMATIČKA ŽILAVOST STROJNOG ULJA
(u cSt)

10°	73
20	38
30	22
60	4
100	1

1 cSt = 10^{-6} m^2/s; prema tome je, npr., žilavost strojnog ulja kod 20° C v = 38 cSt ili $38 \cdot 10^{-6}$ m^2/s.

4. UOBIČAJENE BRZINE U CIJEVIMA u m/s

Cijevi za vodu	sisna cijev za centrifugalnu pumpu	2,0—2,5
	tlačna cijev za niskotlačne centrifugalne pumpe	2,5—3,5
	tlačna cijev za visokotlačne centrifugalne pumpe	3,0—4,0
	sisna cijev za stapne pumpe	1,2—0,5
	tlačna cijev za stapne pumpe	1,0—2,0
	tlačna cijev za vodne turbine	≈ 3
Zračni cjevovodi	niski tlak	12—15
	visoki tlak	20—25
Parni cjevovodi	suho zasićena para	20—30
	pregrijana para	30—45
Plinovodi	sisna cijev motora	10—15
	ispušna cijev dvotaktnih motora	10—15
	ispušna cijev četverotaktnih motora	15—20

Izdavačko poduzeće »ŠKOLSKA KNJIGA«,
Zagreb, Masarykova 28

Za izdavača
ANTE MARIN

Tehnički urednik
JOSIP JELIĆ

Lektor
DANIJEL ALERIĆ

Korektor
NIKOLA BALEN

Tisak završen u travnju 1971.